

MA2601-4 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias 2018.**Profesor:** Daniel Parra**Auxiliares:** José Manuel Palacios - Valentín Retamal**Fecha:** 02 de Abril de 2018

Auxiliar 3

P1 Considere la ecuación $a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = 0$, con $y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y'_0$.

- i) Si la solución general es de la forma $y(x) = c_1y_1(x) + c_2y_2(x)$, encuentre condiciones sobre las condiciones iniciales para que c_1 y c_2 estén bien definidas. Deduzca que y_2 no puede ser múltiplo de y_1 .
- ii) Asuma que conoce una solución $y_1(x)$. Proponga otra solución de la forma $y_2(x) = u(x)y_1(x)$. Encuentre explícitamente $u(x)$ y muestre que c_1 y c_2 están bien definidas.
- iii) Compruebe que $y(x) = x$ es solución de la ecuación de Legendre de orden 1

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0, \quad -1 < x < 1$$

Encuentre una segunda solución.

P2 Considere la ecuación $ay'' + by' + cy = 0$, con a , b y c constantes. Proponga una solución de la forma $y(x) = e^{\lambda x}$. Esboce la solución general de la ecuación y resuelva las siguientes EDOs:

- i) $2y'' - 5y' - 3y = 0$
- ii) $y'' + y' + y = 0$
- iii) $y'' - 10y' + 25y = 0$

P3 Considere ahora el esquema más general, $a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = g(x)$. Sean y_1 , y_2 dos soluciones de la ecuación y defina $y_p(x) = u_1(x)y_1(x) + u_2(x)y_2(x)$.

- i) Imponga que y_p sea solución de la ecuación. ¿Cómo queda la expresión?
- ii) Recordando que y_1 , y_2 son soluciones, obtenga un sistema de ecuaciones que involucre a u'_1 y u'_2 . Para ello, puede imponer condiciones sobre la expresión obtenida en el ítem anterior.
- iii) Encuentre una expresión para u_1 y u_2 .
- iv) Encuentre la solución a la ecuación $y'' - 2y' + y = e^x$