

Auxiliar 11: Aplicaciones de la Transformada de Laplace

Aplicaciones en ecuaciones diferenciales

Profesor: Roberto Cortez
Auxiliar: Miguel Sepúlveda

P1.- Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales/integrales usando transformada de Laplace, asumiendo condiciones iniciales nulas donde aplique.

1. $x'' - x = \sin(3t)$.
2. $y^{(3)} - y' + 6y = \delta_5(t)$.
3. $y(t) = 3t + \int_0^t y(s) \sin(t-s)$.
- 4.

$$\vec{X}' = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \vec{X} + \begin{bmatrix} \delta_\omega(t) + H_{2\omega}(t) - H_{3\omega}(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

P2.-

1. Suponga que un cuerpo atado a un resorte tiene la siguiente ecuación de movimiento

$$x'' + 2x' + 2x = f(t)$$

Donde el cuerpo está en una posición de equilibrio en $t = 0$ con velocidad $x'(0) = 0$, y que el cuerpo está sujeto a un golpe de impulso unitario en $t = 1$ y desde $t = 2$ s hasta $t = 3$ s se le aplica una fuerza constante de magnitud $1N$. Determine la posición del cuerpo para todo instante.

2. Encontrar las anti transformadas de

a) $\ln\left(\frac{s-3}{s+1}\right)$

b) $\frac{1}{(1+s^2)^3}$. **Hint:** Encuentre primero la anti transformada de $\frac{s}{(1+s^2)^3}$, sabiendo que

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{(s^2+1)^2}\right](t) = \frac{1}{2}(\sin(t) - t \cos(t))$$