

Auxiliar 10: Preparación C3

Sistemas Lineales

Profesor: Roberto Cortez
Auxiliar: Miguel Sepúlveda

P1.-

1. Determine la solución general del sistema de ecuaciones:

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X$$

2. Una nave espacial ha sido atrapada por la fuerza gravitacional de un planeta que se encuentra en el origen. La posición del cohete se rige por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\vec{X}' = \begin{bmatrix} b & 0 & 1 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 1 & b \end{bmatrix} X$$

- a) Encuentre la solución del sistema anterior en función del parámetro $b \in \mathbb{R}$
b) ¿Para que valores de b la nave escapará de la atracción del planeta, independiente de la posición inicial $\vec{X}(0) \neq 0$? 'Escapar' significa que $\|\vec{X}\| \rightarrow \infty$ cuando $t \rightarrow \infty$.

P2.- Sean \vec{x}_1 y \vec{x}_2 dos soluciones del sistema $\vec{X}'(t) = A(t)\vec{X}(t)$, donde $A(t)$ es una matriz continua. Muestre que si $\vec{x}_1(0)$ y $\vec{x}_2(0)$ son paralelos, entonces las dos soluciones son paralelos en todo $t \in \mathbb{R}$

P3.- Sea W anti simétrica ($W^T = -W$), de 3×3 y no nula. Sea $\vec{x}(t)$ la solución del sistema

$$X'(t) = WX(t)$$

1. Pruebe que $\|x(t)\|$ es una constante.
2. Demuestre que si $v \in \ker(W)$, no nulo, entonces $\langle x(t), v \rangle$ no depende de t .
3. Pruebe que $x(t)$ se ubica en una circunferencia en \mathbb{R}^3