Auxiliar 9: Transformada de Laplace

Exponencial de matriz en forma de Jordan y transformada de Laplace

Profesor: Roberto Cortez
Auxiliar: Miguel Sepúlveda

P1.- Sea

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Una matriz en forma de Jordan. Encuentre la matriz fundamental del sistema homogéneo $\vec{X}(t) = J\vec{X}$.

P2.-

1. Justifique la existencia de $\mathcal{L}[t^k](s)$, y demuestre que $\mathcal{L}[t^k](s) = \dfrac{k!}{s^{k+1}}, s > 0$.
2. Demuestre que si $f \in C_\alpha$, entonces $\mathcal{L}[f(t)](s-a) = \mathcal{L}[e^{at}f(t)](s)$.
3. Calcule la transformada de $f(x) = x^2 \cos x$
4. Calcule la transformada de $f(t) = e^{-t}P_{ab}(t)$, con $0 \leq a < b$.

P3.- Una viga horizontal de largo L es sometida a una fuerza vertical F a lo largo del eje $x \in [0, L[$. La deformación y puede ser calculada con la ecuación de 4to grado:

$$y^{(4)} = F(x) = \begin{cases} a\left(\dfrac{L}{2} - x\right) & x \in \left[0, \dfrac{L}{2}\right] \\ 0 & x \in \left(\dfrac{L}{2}, L\right] \end{cases}$$

Con $a > 0$ y con condiciones de borde

$$y(0) = y'(0) = y''(L) = y'''(L) = 0$$

P4.- Resuelva el siguiente sistema usando transformada de Laplace, con $t > 0$

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2t},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1$$