

MA2001-3 Cálculo en Varias Variables**Profesor:** Aris Daniilidis**Auxiliares:** Matías Altamirano, Freddy Flores y Pablo López

Auxiliar 10

30 de julio de 2018

P1. [Taylor]

Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida mediante $f(x, y) \doteq x^2y + x \cos(y)$. Calcule su serie de Taylor en el punto $(1, 0)$ hasta el orden 2.

P2. [Condiciones para Schwarz]

Definamos $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mediante

$$f(x, y) \doteq \begin{cases} \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Para $(x, y) \neq (0, 0)$ calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$.
- b) Muestre que $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 0$.
- c) Calcule, valiéndose de la definición, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0)$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$.
- d) ¿Es lo anterior una contradicción con el Teorema de Schwarz? Explique con lujo de detalles.

P3. [Función implícita]

Considere el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x^2y + \sin(xyz) + z^2 & = 1 \\ e^{yz} + xz & = 1. \end{cases}$$

- a) Muestre que el sistema anterior define dos funciones $y = y(x)$ y $z = z(x)$ implícitamente en una vecindad de $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, 0)$.
- b) Sea $\Gamma \subseteq \mathbb{R}^3$ la curva que define el sistema de ecuaciones anterior, parametrizado por $r(t) = (t, y(t), z(t))$ y sea $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la función $g(x, y, z) \doteq x^2 + y^2 + z^2$. Calcule la derivada direccional de g en $(1, 1, 0)$, en la dirección tangente a $r(x)$, para $x = 1$.