

PAUTA.

P1) a) f continua en $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, ahora probemos que f continua en 0.
por algebra de continuas

$$0 \leq \left| \frac{50x^2y^2}{x^2+y^2} \ln\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right) \right| \leq \left| \frac{50x^2y^2}{x^2+y^2} \ln(x^2+y^2) \right|$$

$$\leq \left| \frac{50 (x^2+y^2)^{-2} \ln(x^2+y^2)}{4x^2+y^2} \right| \leq \left| \frac{50 (x^2+y^2) \ln(x^2+y^2)}{4} \right|$$

C.V. $x^2+y^2=r^2$.

$$\left| \frac{50r^2 \ln(r^2)}{4} \right|$$

$\downarrow$
0

pues $y \sim \ln x \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$
pues $\frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \frac{0}{-\infty}$

$\Rightarrow$ L'Hopital

$$\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \frac{x^2}{x} = x \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$$

Entonces f continua en todo $\mathbb{R}^2$.

270

$$b) A = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 50x^2y^2 \ln(x^2+y^2) > x^2+y^2 \}$$

$$50x^2y^2 \ln(x^2+y^2) > x^2+y^2$$

$$\frac{50x^2y^2}{x^2+y^2} \ln(x^2+y^2) > 1$$

$$\Rightarrow \frac{50x^2y^2 \ln(x^2+y^2)}{x^2+y^2} - 1 > 0$$

$$\frac{50x^2y^2 \ln\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)}{x^2+y^2} < -1$$

$$\frac{50x^2y^2 \ln\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right) - 1}{x^2+y^2} < -2$$

$$\boxed{f(x,y) < -2}$$

$$\Rightarrow A = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x,y) < -2 \}$$

$$= f^{-1}\{(-\infty, -2)\}$$

como $(-\infty, -2)$ es abto,
y f continua $\Rightarrow A$ abto //

2.

$$c) K = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x,y) \geq 0 \}$$

para comprobar que $K \neq \emptyset$

sea $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 0,5

$$\text{so } \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} \ln\left(\frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}\right) - 1 = \frac{50}{9} \ln(2) - 1 \geq \frac{50}{8} \frac{1}{2} - 1 = \frac{25}{8} - 1 \geq 0$$

$$\ln(x) \geq 1 - \frac{1}{x}$$

$$\boxed{\ln(2) \geq \frac{1}{2}}$$

0,5

K es cerrado pues

$$K = f^{-1}([0, +\infty))$$

como $[0, +\infty)$ es cerrado

$\Rightarrow K$ cerrado

$\Rightarrow$

supongamos que $(x,y) \notin B(0,1)$
 vemos el signo de f cuando $(x,y) \notin B(0,1) \Rightarrow x^2+y^2 = r^2 > 1$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{50(x^2+y^2)}{x^2+y^2}}_{>0} \cdot \underbrace{\ln\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)}_{<0} - 1 < 0 \quad \boxed{|f(x,y) < 0|} \text{ o } 3$$

cuando $(x,y) \in B(0,1)$.

$$\boxed{\therefore f(x,y) \geq 0 \iff (x,y) \in B(0,1)}$$

d)
 ahora K es compacto pues es cerrado y Acotado en Dim finita
 luego f definido sobre un compacto K
 tiene falcenza sumáximo
 en K , por Teo de
 Weierstrass

1.