

MA2001-3 Cálculo en Varias Variables**Profesor:** Aris Daniilidis**Auxiliares:** Matías Altamirano, Freddy Flores y Pablo López

Auxiliar 3

6 de abril de 2018

P1. [Puntos de acumulación]Sea $(E, \|\cdot\|)$ un evn, y sea $A \subseteq E$.

a) Pruebe que

$$\bar{x} \in A' \iff \exists (x_n)_{n \in \mathbb{N}} \subseteq A \setminus \{\bar{x}\} \text{ tal que } x_n \longrightarrow \bar{x}.$$

b) Demuestre que $\overline{A} = A \cup A'$.**P2. [Continuidad]**Sea $\alpha \in \mathbb{R}$; definimos $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ como

$$f(x, y) \doteq \begin{cases} \left(\frac{|xy|^\alpha}{x^2 - xy + y^2}, \frac{x(\cos(y) - 1)}{x^2 + y^2} \right) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ (0, 0), & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

¿Para qué valores de α es f continua?**P3. [Abiertos y cerrados en la vida “real”]**a) Pruebe que A es abierto, con

$$A \doteq \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z > x^2 + y^2 > 1\}$$

b) Demuestre que B es cerrado, con

$$B \doteq \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - y)^2 \geq (xy - 1)xy\}$$

P4. [Los espacios de funciones]Pruebe que $\mathcal{C}([0, 1])$ es un subespacio cerrado de $L^\infty([0, 1])$, dotando a ambos de la norma infinito. Concluya que el primer espacio es de Banach.