

MA1101-8 Introducción al álgebra**Profesor:** Maya Stein**Auxiliar:** Juan d'Etigny S.

Auxiliar 3

6 de abril de 2018

P1.- Considere los conjuntos A, B, C que tienen conjunto de referencia E . Demuestre que:

- a) $A \cup B = A \cap C \iff B \subseteq A \wedge A \subseteq C$
- b) $(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (B \cap A) \setminus (A^c \cup C)$
- c) $[(A \cap C) \subseteq (B \cap C) \wedge (A \cap C^c) \subseteq (B \cap C^c)] \Rightarrow A \subseteq B$

P2.- Nuevamente considere A, B, C conjuntos con referencia E . Pruebe que:

- a) Pruebe que $A \subseteq B \iff B^c \subseteq A^c$. Con esto pruebe que $[(A \cap B) \subseteq C] \Rightarrow [(A \cap C^c) \subseteq B^c]$
- b) $A \subseteq B \iff \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$
- c) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B) \Rightarrow A \subseteq B \vee B \subseteq A$
- d) $(A \triangle B) \cup (B \triangle C) = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$

P3.- Sea $X \subseteq \mathcal{P}(E)$. Se dirá que X es un álgebra en E si cumple las siguientes propiedades:

- $E, \emptyset \in X$
- $(\forall A \in X), A^c \in X$
- $(\forall A, B \in X), A \cup B \in X$

Usando esta definición demuestre lo siguiente:

- a) Si X es un álgebra en E , pruebe que:

$$A, B \in X \Rightarrow A \triangle B \in X$$

- b) Si $E = \{1, 2, 3, 4\}$, determine si M es un álgebra en E , donde:

$$M = \{\emptyset, E, \{1, 2\}, \{3, 4\}, \{1\}, \{2\}\}$$

Justifique su respuesta

- c) Sea $X \subseteq \mathcal{P}(E)$, tal que $\emptyset \in X$. Demuestre que

$$X \text{ Es un álgebra} \iff (\forall A, B \in X) A^c \cap B^c \in X$$

P4.- Propuesto: (*Control 1, 2012*) Sean A y B dos conjuntos cualquiera.

- a) Pruebe que $\emptyset \notin \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)$
- b) Demuestre que $\mathcal{P}(A \setminus B) \subseteq (\mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)) \cup \{\emptyset\}$
- c) Encuentre A y B tales que: $\mathcal{P}(A \setminus B) \neq (\mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)) \cup \{\emptyset\}$

P5.- Propuesto: Considere A, B, C que tienen conjunto de referencia E . Demuestre que:

- a) $(A \triangle C) \subseteq [(A \triangle B) \cup (B \triangle C)]$
- b) $[(A^c \cap B) \cup (A \cap B^c) = B] \Rightarrow A = \emptyset$
- c) $(A \setminus B) \cup (B \setminus C) \cup (C \setminus A) = (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$
- d) $A \cap C = \emptyset \Rightarrow (A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$

P6.- Propuesto: Sea $A \subseteq E$ (donde $A \neq \emptyset$), con E su conjunto de referencia. Se define $\mathcal{F}_A \subseteq \mathcal{P}(E)$ por:

$$X \in \mathcal{F}_A \iff X \subseteq E \wedge X \cap A \neq \emptyset$$

Demuestre que dado $B \subseteq E$, se tendrá:

- a) $E \in \mathcal{F}_A$ y $A \in \mathcal{F}_A$
- b) Si $A \setminus B \neq \emptyset \Rightarrow B^c \in \mathcal{F}_A$
- c) Si $B \in \mathcal{F}_A \wedge C \subseteq E \Rightarrow (B \cup C) \in \mathcal{F}_A$