MA1101-8 Introducción al álgebra
Profesor: Maya Stein
Auxiliar: Juan d'Etigny S.

Auxiliar 6

29 de abril de 2018

Para una función $f : X \to Y$, y $A \subseteq X,\ B \subseteq Y$, definiremos los conjuntos imagen y preimagen:

$$f(A) := \{f(x) \in Y |\, x \in A\} \qquad f^{-1}(B) := \{x \in X |\, f(x) \in B\}$$

P1.- Sea $\mathcal{U} \neq \emptyset$, y la función $f : \mathcal{P}(\mathcal{U}) \times \mathcal{P}(\mathcal{U}) \to \mathcal{P}(\mathcal{U})$, tal que $f(X, Y) = X \setminus Y$.

a) Determine $f(\{(\mathcal{U}, \emptyset),\ (\emptyset, A),\ (A, \emptyset)\})$, con $A \subseteq \mathcal{U}$

b) Demuestre que $f^{-1}(\{\mathcal{U}, \emptyset\}) = \{(\mathcal{U}, \emptyset)\} \cup \{(X, Y) \in \mathcal{P}(\mathcal{U}) \times \mathcal{P}(\mathcal{U}) | X \subseteq Y\}$

c) Determine $f(D)$, donde $D = \{(X, X) : X \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$

d) **Propuesto:** Es f sobreyectiva? Es inyectiva? Justifique

P2.- Sea $f : A \to B$ una función.

a) Si $B_1,\ B_2 \subseteq B$, pruebe que:

$$f^{-1}(B_1 \setminus B_2) = f^{-1}(B_1) \setminus f^{-1}(B_2)$$

b) Si $A_1,\ A_2 \subseteq A$, pruebe que:

$$f(A_1) \setminus f(A_2) \subseteq f(A_1 \setminus A_2)$$

De un ejemplo donde no se tenga la igualdad.

P3.- Sea $f : A \to B$ y $C \subseteq A$. Se define otra función $g : C \to B$, tal que $g(x) = f(x)\ \forall x \in C$. Demuestre que $\forall D \subseteq B,\ \ g^{-1}(D) = C \cap f^{-1}(D)$

P4.- Sea la función $f : E \to F$, demuestre que:

a) $\forall A, B \subseteq F,\ f^{-1}(A \triangle B) = f^{-1}(A) \triangle f^{-1}(B)$

b) $\forall A, B \subseteq F,\ f(A) \triangle f(B) \subseteq f(A \triangle B)$

c) $(\forall X, Y \subseteq E),\ [f(X \cap Y) = f(X) \cap f(Y)] \iff f$ es inyectiva