MA1101-7 Introducción al Álgebra
Profesor: José Soto San Martín.
Auxiliar: Ilana Mergudich Thal.
Fecha: Jueves 26 de abril de 2018

Auxiliar 7: Funciones

P1. Sea $f : E \to F$ una función. Demuestre que:

(a) $(\forall A, B \subseteq E)\ f(A) \setminus f(B) \subseteq f(A \setminus B)$.

(b) $[(\forall A, B \subseteq E)\ f(A) \setminus f(B) = f(A \setminus B)] \Leftrightarrow f$ es inyectiva.

(c) $(\forall Y \subseteq F)\ f(f^{-1}(Y)) \subseteq Y$.

(d) $[(\forall Y \subseteq F)\ Y = f(f^{-1}(Y))] \Leftrightarrow f$ es sobreyectiva.

P2. Sean A y B dos conjuntos y $f : A \to B$ una función. Se define la función:

$$G : \mathcal{P}(B) \to \mathcal{P}(A)$$
$$Y \mapsto G(Y) = f^{-1}(Y)$$

Pruebe que G es inyectiva si y solo si f es sobreyectiva.

P3. Sea E el conjunto de referencia y $A, B \subseteq E$. Sea $f : A \to B$ y $C \subsetneq A$. Se define $g : C \to B$ tal que $g(x) = f(x)\ \forall x \in C$. Demuestre que $\forall D \subseteq B$, $g^{-1}(D) = C \cap f^{-1}(D)$.

P4. Sean $f : A \to B$ y $G : B \to C$ dos funciones.

(a) Demuestre que si $C_0 \subseteq C$, entonces se cumple la siguiente propiedad para el conjunto preimagen:
$$(g \circ f)^{-1}(C_0) = f^{-1}(g^{-1}(C_0))$$

(b) Demuestre que si $A_0 \subseteq A$, entonces se cumple la siguiente propiedad para el conjunto preimagen:
$$g \circ f(A_0) = g(f(A_0))$$