MA1101-7 Introducción al Álgebra
Profesor: José Soto San Martín.
Auxiliar: Ilana Mergudich Thal.
Fecha: Jueves 12 de Abril.

Auxiliar 5: Conjuntos

P1. Sean $A, B \subseteq E$. Demuestre que:

(a) $A \subseteq B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$. Con esto concluir que $A = B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$.

(b) ¿Es cierto que $\mathcal{P}(A \cup B) \subseteq \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$? Justifique.

P2. Sea $A \subseteq E, A \neq \emptyset$. Se define $\mathcal{F}_A \subseteq \mathcal{P}(E)$ por:

$$X \in \mathcal{F}_A \Leftrightarrow X \in E \wedge X \cap A \neq \emptyset.$$

Demuestre que :

(a) $E \in \mathcal{F}_A \wedge A \in \mathcal{F}_A$

(b) Si $B, C \in \mathcal{P}(E) \wedge B \in \mathcal{F}_A \Rightarrow (B \cup C) \in \mathcal{F}_A$

(c) $(\mathcal{P}(A) - \{\emptyset\}) \subseteq \mathcal{F}_A$

P3. Sean A, B subconjuntos de un mismo universo $\mathcal{U}$. Denotamos $C = (A \cup B)^c$. Probar que

$$(A \triangle B) \triangle C = A \cup B \cup C \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$$

.

P4. Para cada $n \in \mathbb{N}$ se define

$$D_n = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x + y = n\}$$

Demuestre que:

$$\mathcal{C} = \{D_n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

es una partición de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

P5. Considere
$$\begin{aligned} F : \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B) &\to \mathcal{P}(A \cup B) \\ (X, Y) &\longmapsto F((X, Y)) = X \cup Y \end{aligned}$$

(a) ¿Es F una función?

(b) Sea $A = B$ y considere $Y \subseteq A$. ¿Cuántos $X \in \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$ existen tal que $F(X) = Y$?