MA1101-7 Introducción al Álgebra
Profesor: José Soto San Martín.
Auxiliar: Ilana Mergudich Thal.
Fecha: Jueves 5 de Abril.

Auxiliar 4: Conjuntos

Resumen:

I. **Definiciones básicas:**

- $[(\exists x \in E)(x \in \emptyset)] \Leftrightarrow F$.
- $A \subseteq B \Leftrightarrow (\forall x \in E)(x \in A \Rightarrow x \in B)$.
- $A = B \Leftrightarrow (\forall x \in E)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$.
- $x \in A \cup B \Leftrightarrow (x \in A \vee x \in B)$.
- $x \in A \cap B \Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B)$.
- $A \setminus B = A \cap B^c$.
- $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

II. Algunas **propiedades de conjuntos**:

- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$.
- $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.
- $(A^c)^c = A$.
- $A \cap B \subseteq A$.
- $A \subseteq A \cup B$.
- $(A \subseteq B) \Leftrightarrow (B^c \subseteq A^c)$.

P1. Sean $A, B, C, D \subseteq E$. Demuestre que

(a) $[(A \cap B) \subseteq C] \Rightarrow [(A \cap C^c) \subseteq B^c]$.
(b) $A \triangle B = C \Leftrightarrow B = A \triangle C$.
(c) $A \cap B^c = \phi \Leftrightarrow A \subseteq B$

P2. Sea U un conjunto no vacío y $A \subseteq U$. Pruebe que si $(\forall X, Y \subseteq U)(A \cup X = A \cup Y \Rightarrow X = Y)$, entonces $A = \emptyset$.

P3. Sea E un conjunto de referencia. Sean A, B conjuntos fijos con $A \neq \emptyset$. Para cualquier conjunto $X \subseteq E$ se define un nuevo conjunto $C(X)$ de la siguiente forma:

$$C(X) = \begin{cases} X \setminus B \text{ si } A \cap X \neq \emptyset \\ X \cup B \text{ si } A \cap X = \emptyset \end{cases}$$

Pruebe que:

(a) $C(B) \in \{\emptyset, B\}$.
(b) $C(A) = A \setminus B$ y $C(A^c) = (C(A))^c$.
(c) Si $(X \cap Y) \cap A \neq \emptyset \Rightarrow C(X \cap Y) = C(X) \cap C(Y)$.

P4. *[Propuesto]* Sea E un conjunto de referencia. Sean A, B, W conjuntos tales que $(A \cap W) \subseteq (B \cap W)$ y $(A \cap W^c) \subseteq (B \cap W^c)$. Demuestre que $A \subseteq B$.