PAUTA AUXILIAR 1

P1] Para que un implica ($\Rightarrow$) sea falso, la única posibilidad es que se de algo de la forma $V \Rightarrow F$.

ya que nos dicen que la proposición:

$$\underbrace{\left[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{r \Rightarrow s} \wedge \bar{t}\right]}_{(a)} \Rightarrow \underbrace{\left[\bar{s} \wedge (q \Rightarrow s)\right]}_{(b)}$$ es falsa,

necesariamente la parte (a) debe ser verdadera y la parte (b) falsa.

analicemos la parte (a). Esta, a su vez, está compuesta por 3 partes unidas por $\wedge$ ("y" lógico). Por lo tanto, para que (a) sea verdadero, las 3 partes deben serlo. Entonces tenemos que:

(i) $p \Leftrightarrow q$ es V

(ii) $\overline{r \Rightarrow s}$ es V (que es lo mismo que decir que $r \Rightarrow s$ es F)

(iii) $\bar{t}$ es V (que es lo mismo que decir que t es F)

De (ii) tenemos que $r \Rightarrow s$ es falso, entonces necesariamente r es V y s es F (la misma explicación de la primera línea).

veamos ahora la parte (b). Esta se compone de 2 partes unidas por un $\wedge$. Por lo tanto, para que (b) sea falso, basta con que alguna de las partes sea falsa. Pero ya sabemos que s es F, por lo tanto $\bar{s}$ es V. Entonces necesariamente $q \Rightarrow s$ debe ser falsa para que (b) también lo sea. Como ya hemos visto, la única opción para que esto sea posible es que q sea V y s sea F.

Ahora solo nos falta determinar el valor de verdad de p. Pero (i) nos dice que será el mismo que q. Entonces deducimos que p es V.

Finalmente, podemos concluir que

$$\boxed{\begin{array}{ll} p \Leftrightarrow V & s \Leftrightarrow F \\ q \Leftrightarrow V & t \Leftrightarrow F \\ r \Leftrightarrow V & \end{array}}$$

P2 a) Recordemos que $(a \Leftrightarrow b) \Leftrightarrow [a \Rightarrow b \wedge b \Rightarrow a]$. Entonces, para demostrar una equivalencia ($\Leftrightarrow$), podemos demostrar cada implica por separado.

Veamos primero el implica hacia la izquierda:

$\Leftarrow$ | P.D.Q $p \Rightarrow [p \vee (p \wedge q)]$

Si la hipótesis es verdadera (si p es V), inmediatamente se cumple la primera parte de la conclusión y nos queda algo de la forma $V \vee (p \wedge q)$. Esto es verdadero sin importar el valor de verdad de q.

$$\therefore\ p \Rightarrow [p \vee (p \wedge q)]$$

$\Rightarrow$ | P.D.Q $[p \vee (p \wedge q)] \Rightarrow p$

Para que la hipótesis sea verdadera hay 2 opciones:

1) p es V, con lo que se cumple que la conclusión es V.
2) $p \wedge q$ es V. Para que esto ocurra, tanto p como q deben ser V. Ya que en particular p debe ser V, la conclusión también lo es.

$$\therefore\ [p \vee (p \wedge q)] \Rightarrow p$$

Ya que se cumplen ambos implica, queda demostrado que

$$\boxed{[p \vee (p \wedge q)] \Leftrightarrow p}$$ //

P2 b) FORMA 1: "MATRACA"

P.D.Q $[(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee q) \wedge r] \Rightarrow \bar{p}$

$\Leftrightarrow \overline{[(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee q) \wedge r]} \vee \bar{p}$ (carac. implica)

$\Leftrightarrow [\overline{(p \Rightarrow \bar{q})} \vee \overline{(\bar{r} \vee q)} \vee \bar{r}] \vee \bar{p}$ (De Morgan)

$\Leftrightarrow [\overline{(\bar{p} \vee \bar{q})} \vee \overline{(\bar{r} \vee q)} \vee \bar{r}] \vee \bar{p}$ (carac. implica)

$\Leftrightarrow [(\bar{\bar{p}} \wedge \bar{\bar{q}}) \vee (\bar{\bar{r}} \wedge \bar{q}) \vee \bar{r}] \vee \bar{p}$ (De Morgan)

$\Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (r \wedge \bar{q}) \vee \bar{r} \vee \bar{p}$ (doble negación)

$\Leftrightarrow \bar{p} \vee (p \wedge q) \vee \bar{r} \vee (r \wedge \bar{q})$ (conmutatividad de $\vee$)

$\Leftrightarrow [\underbrace{(\bar{p} \vee p)}_{V} \wedge (\bar{p} \vee q)] \vee [\underbrace{(\bar{r} \vee r)}_{V} \wedge (\bar{r} \vee \bar{q})]$ (distributividad)

$\Leftrightarrow (\bar{p} \vee q) \vee (\bar{r} \vee \bar{q})$ (identidad)

$\Leftrightarrow \bar{p} \vee \bar{r} \vee \underbrace{q \vee \bar{q}}_{V}$ (conmutatividad, asociatividad)

$\Leftrightarrow V$ (dominancia)

$\therefore [(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee q) \wedge r] \Rightarrow \bar{p}$ es tautología //

FORMA 2: POR CONTRADICCIÓN

P.D.Q $[(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee q) \wedge r] \Rightarrow \bar{p}$

Supongamos por contradicción que la proposición es falsa, luego necesariamente es de la forma $V \Rightarrow F$

$\Rightarrow$ 1) $[(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee q) \wedge r]$ es verdadero
2) $\bar{p}$ es falso

De 2) se deduce inmediatamente que p es V

Notemos que para que pase 1) todas las partes del "$\wedge$" deben ser verdaderas

- $p \Rightarrow \bar{q}$ es V
  Por 2
  como sabemos que p es V, entonces $\bar{q}$ es V, es decir, q es F
- $\bar{r} \vee q$ es V
  como sabemos que q es F, $\bar{r}$ tiene que ser V, es decir, r es F (*)
- r es $V \rightarrow | \leftarrow$ Por (*)

$\therefore [(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (\bar{r} \vee q) \wedge r] \Rightarrow \bar{p}$ es tautología //

P3 a) "Para toda persona "x" que pertenece a la fila, "x" está más adelante que "p" o bien "x" es la persona "p"".

Entonces todas las personas de la fila están más adelante o en el lugar de "p", pero nunca más atrás.

Por lo tanto, "p" tiene que ser la última persona de la fila.

b) "Una sola persona "x" que pertenece a la fila, está más adelante o más atrás que "p"".

Entonces necesariamente hay sólo 2 personas en la fila.

Si hubiese sólo 1 persona en la fila, esta sería la persona "p", y nunca podría cumplirse $(\varnothing(x,p) \vee \varnothing(p,x))$ ya que "p" no puede estar más adelante o más atrás que sí misma.

Si hubiesen más de 2 personas en la fila, entonces $(\varnothing(x,p) \vee \varnothing(p,x))$ podría cumplirse para más de una persona "x" y nos dicen que existe una única persona "x" que cumple esto.