MA1101-6 Introducción al Álgebra
Profesor: Martín Matamala
Auxiliar: Matías Azócar Carvajal

Auxiliar 1 : Lógica y Cuantificadores

23 de Marzo de 2018

Recordemos:

Def: Una proposición es una afirmación que siempre toma uno de los valores de verdad posibles: verdadero (V) o falso (F). Típicamente se nota a las proposiciones con las letras p, q, r, ..., etc.

Def: La proposición $\overline{p}$, $\neg p$ o $\sim p$ se lee "no pe" y tiene exactamente **el valor opuesto** a p.
Por ejemplo, $p \Leftrightarrow V$ es equivalente a tener $\overline{p} \Leftrightarrow F$

Def: Se tienen cuatro **conectivos lógicos**. Disyunción u "o lógico" ($\vee$), conjunción o "'y lógico" ($\wedge$), implicancia ($\Rightarrow$) y equivalencia ($\Leftrightarrow$).

Def: Una proposición será llamada una **tautología** si es verdadera *siempre*.

Def: Una proposición será llamada una **contradicción** si es falsa *siempre*.

P1. Demuestre (utilizando tablas de verdad) las siguientes (y muy útiles) propiedades:

1. $\overline{(p \vee q)} \Leftrightarrow \overline{p} \wedge \overline{q}$ (*Ley de De Morgan.*)
2. $\overline{(p \wedge q)} \Leftrightarrow \overline{p} \vee \overline{q}$ (*Ley de De Morgan.*)
3. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\overline{q} \Rightarrow \overline{p})$ (*Contrarrecíproca.*)
4. $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p))$ (*Doble implicancia.*)

P2. Demostrar (sin usar tabla de verdad) que

$$(p \wedge q) \Rightarrow [(p \vee q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)]$$

es una tautología.

P3. Si se tiene que

$$([r \wedge \sim (p \Rightarrow q)] \wedge \sim [p \wedge \sim (s \Rightarrow q)])$$

es una tautología, halle los valores de p, q, r y s.

P4. Determine la veracidad de las siguientes proposiciones lógicas:

- $(\forall x \in E,\ p(x) \wedge q(x)) \Leftrightarrow (\forall x \in E,\ p(x)) \wedge (\forall x \in E,\ q(x))$
- $(\forall x \in E,\ p(x) \vee q(x)) \Leftrightarrow (\forall x \in E,\ p(x)) \vee (\forall x \in E,\ q(x))$

P5. Demuestre que:

$$\overline{\forall x(\exists y((p(x) \Rightarrow q(y))))} = \exists x(\forall y(p(x) \wedge \overline{q(y)}))$$

P6. Se define la operación $p \spadesuit q$ como una equivalente a $(\sim q \wedge \sim p)$. Determine cual de las siguientes proposiciones es equivalente a $p \Leftrightarrow q$.

- $(\sim p \spadesuit q) \vee (q \spadesuit p)$
- $(\sim p \spadesuit q) \vee (\sim q \spadesuit p)$
- $(\sim p \spadesuit \sim q) \vee (p \spadesuit q)$