

MA1101-5 Introducción al Álgebra**Profesores:** Pablo Dartnell**Auxiliares:** Juan Pedro Ross**Fecha:** Martes 21 de Agosto.

Auxiliar 14: Raíces de complejos y polinomios

P1. Sea $w \in \mathbb{C}$ una raíz cúbica de la unidad, con $w \neq 1$. Pruebe que

$$(1+w)^3 + (1+w^2)^9 + (1+w^3)^6 = 62$$

P2. a) Encuentre las soluciones de la ecuación

$$w^n = -1, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

b) Considere los complejos $z \in \mathbb{C}$ tales que $|z| = 1$ y $\bar{z} \neq -1$. Use (a) para resolver la ecuación

$$\left(\frac{1+z}{1+\bar{z}} \right)^n = -1, \quad n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

P3. Considere los polinomios $q(x) = x^2 + x + 1$ y $p(x) = x^{3n_1} + x^{3n_2+1} + x^{3n_3+2}$ donde $n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{N}$. Demuestre que $p(x)$ es divisible por $q(x)$ cualquiera sean los valores de n_1, n_2, n_3 .

P4. Considere el polinomio $P(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 22x + 13$. Se sabe que $x_1 = 2 + 3i$ es raíz de P . Se pide encontrar todas las raíces de P y luego factorizarlo en \mathbb{R} y \mathbb{C} .

P5. Sea $p(x) = 6x^5 - 25x^4 + 16x^3 + 21x^2 - 18x$. Sabiendo que p admite 3 raíces enteras no negativas, factorice p .