MA1101-5 Introducción al Álgebra
Profesor: Pablo Dartnell
Auxiliar: Juan Pedro Ross
Fecha: 8 de Abril del 2018

Indicaciones Guía C2: Conjuntos

(**P**1) Sean A, B, C y D subconjuntos de un universo U. Probar que:

Indicación general: Recuerde que $A \setminus B = A \cap B^c$

(a) $(A \setminus C) \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus C$
Indicación: ¿Qué sucede si factoriza?.

(b) $(A \setminus C) \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$
Indicación:¿Utilizó operatoria de conjuntos? ¿Cuánto es $D \cap D^c$? ¿Puede haber algún elemento en en vacío?

(c) $(B \setminus A) \subseteq C \Rightarrow (D \setminus C) \subseteq (D \setminus B) \cup (D \cap A)$.
Indicación: Si $(B \setminus A) \subseteq C$ ¿Puede decir un conjunto que contenga a C^c? ¿Es cierto que si $H \subseteq F$, entonces $D \cap H \subseteq D \cap F$?.

(d) $A \cap B^c = \phi \Leftrightarrow A \subseteq B$
Indicación: ¿Intentaron por contradicción?

(e) $A \cup B = A \cap C \Leftrightarrow B \subseteq A \wedge A \subseteq C$.
Indicación ¿Esto se parece mucho a algo que hicimos en auxiliar no?

(**P**2) Explicite el siguiente conjunto H=$\{x \in \mathbb{R} : x^2 = x\}$
Indicación: debería llegar a un conjunto con 2 elementos.

Determine ahora $\mathcal{P}(H)$ ¿Es cierto que $\mathcal{P}(H) = \{y \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) : (\forall z \in y)\ z^2 = z\}$
Indicación: debería llegar a un conjunto con 4 elementos, y recuerde lo que significa argumentar por vacuidad.

(**P**3) Sea $A, B \subseteq U$ y $A \neq \phi$. Se define el conjunto $\mathcal{F} = \{X \subseteq U \mid X \cap A \neq \phi\}$, probar que:

(a) $U \in \mathcal{F}$ y $A \in \mathcal{F}$

(b) Si $A \setminus B = \phi \Rightarrow B \in \mathcal{F}$

(c) Si $B \in \mathcal{F} \wedge C \subseteq U \Rightarrow (B \cup C) \in \mathcal{F}$

Indicación general: ¿Qué significa estar en $\mathcal{F}$? ¿No es más simple cambiar todos los $\in \mathcal{F}$, por cosas de conjuntos y trabajar así? Por ejemplo la primera quedaría: Probar que $U \cap A \neq \emptyset$ y $A \cap A \neq \emptyset$.

(**P**4) Sean $A, B \subseteq U$, pruebe que

(a) $A = B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$
Indicación: Para la implicancía difícil, piense en los síngletons, que son conjuntos de un solo elemento, es decir: $\{x\}$.

(b) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B) \Leftrightarrow (A \subseteq B \vee B \subseteq A)$
Indicación:

- Demuestre que siempre se tiene que $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$.
- Vea que se la otra inclusión se cumple si y solo sí $(A \subseteq B \vee B \subseteq A)$, para ello:
- ¿Cumple algún rol distinto A y B en el problema?, asuma algún caso y demuestre la implicancia a la izquierda.
- Para la implicancia a la derecha razone por contradicción, tome un x, y conveniente y explique por que $\{x, y\} \in \mathcal{P}(A \cup B)$, pero no es cierto que $x \in \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$.