MA1101-3 Introdución al Álgebra.
Profesor: Marcos Kiwi.
Auxiliar: Benjamín Jauregui.
Fecha: 24 de agosto de 2018.

Auxiliar 14: Polinomios

It's over

P1 i) Resuelva la ecuación

$$x^2 - (2cos(\theta))x + 1 = 0, \theta \in \mathbb{R}$$

ii) Encuentre todas las raìces del polinomio $p(x) = x^{2n} - (2cos(\theta))x^n + 1$, con $\theta \in \mathbb{R}, n \geq 2$.

iii) Factorice en $\mathbb{R}[x]$ y en $\mathbb{C}[x]$ el polinomio anterior, para n=3 y $\theta = \frac{\pi}{2}$.

P2 Sea $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ polinomio mónico con $gr(p(x)) = 3$. Se sabe que $p(x)$ es divisible por $(x-1)$ y que los restos de sus divisiones por $(x-2), (x-3), (x-4)$ son iguales. Encuentre $p(x)$ y sus raíces.

P3 Sea $p(x) = x^{3n_1} + x^{3n_2+1} + x^{3n_3+2}$ y $q(x) = x^2 + x + 1$. Demuestre que $\forall n_1, n_2, n_3 \in \mathbb{N}$, $p(x)$ es divisible por $q(x)$.

P4 Sea $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ el polinomio dado por

$$p(x) = 2x^4 - x^3 + 2x^2 + 19x - 10$$

Encuentre todas las raíces de $p(x)$ sabiendo que admite una raíz racional, no entera, positiva y otra raíz negativa. Factorice $p(x)$ en $\mathbb{R}[x]$ y en $\mathbb{C}[x]$.

P5 (Propuesto)
Sea $p(x)$ un polinomio con coeficientes en $\mathbb{C}$ tal que

$$p(x) = a_0 + a_1x + ... + a_nx^n$$

Se define la función $q : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ por

$$q(x) = p(ix)$$

i) Muestre que $q(x)$ es un polinomio y dé explícitamente sus coeficientes en función de los coeficientes de p.

ii) Demuestre que

$$p = q \iff \text{para cada } k \text{ que no es múltiplo de 4, } a_k = 0.$$