Auxiliar 4

Conjuntos y funciones

Profesor: Marcos Kiwi
Auxiliar: Benjamín Jauregui

P1 a) Demuestre la *propiedad cancelativa* de la diferencia simetrica, es decir:

$$A\Delta B = A\Delta C \implies B = C$$

b) Use lo anterior para demostrar que:

$$B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) \iff A = \phi$$

P2 Sea U un conjunto universo y $A \subseteq U$ con $A \neq \phi$. Se define la familia de subconjuntos de U por:

$$\mathcal{F}_A = \{B \subseteq U | B \cap A \neq \phi\}$$

demuestre que:

(1) $\mathcal{F}_A \neq \phi$, $U \in \mathcal{F}_A$, $A \in \mathcal{F}_A$.

(2) $A \backslash B \neq \phi \implies B^c \in \mathcal{F}_A$.

(3) $B \in \mathcal{F}_A \wedge C \subseteq U \implies (B \cup C) \in \mathcal{F}_A$.

(4) Sean $A, B \subseteq U$, tal que $A \subseteq B \cap C$, verifique que $B \in \mathcal{F}_A$, $C \in \mathcal{F}_A$, pero $B\Delta C \notin \mathcal{F}_A$

P3 Sean A, B subconjuntos de un mismo universo U. Probar que

$$A \cap B = \phi \iff \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \{\phi\}$$

Indicación: $A \cap B = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} C_\lambda$ tal que $C_\lambda \subseteq A \wedge C_\lambda \subseteq B$.

P4 Sean A y B conjuntos, probar que:

$$A^c \times B^c \subseteq (A \times B)^c$$

P5 **(PROPUESTO)** Sean A, B, C, D conjuntos de un mismo unverso U. Emplear los teoremas del algebra de conjuntos para probar:

a) $(B \backslash A) \subseteq C \iff C^c \subseteq (B^c \cup A)$

b) $(B \backslash A) \subseteq C \implies (D \backslash C) \subseteq (D \backslash B) \cup A$ (Indicación: Puede usar a))

c) $A \cup B = A \cap C \iff B \subseteq A \wedge A \subseteq C$