

Auxiliar 12 - Series

Profesor: Raúl Uribe

Auxiliar: Javier Gómez

Criterios para series positivas:

- Comparacion por mayoración.
- Comparacion por cuociente.
- Criterio del cuociente.
- Criterio de la raíz enésima.
- Criterio de la integral impropia

Criterios para series generales:

- Convergencia absoluta.
- Criterio de Leibniz.

P1. Indicar si las siguientes series convergen:

$$\begin{array}{llll} \text{(i)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2}{(k+1)(k+2)} & \text{(ii)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!} & \text{(iii)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(k+1)} & \text{(iv)} \sum_{k=0}^{\infty} k e^{-k} \\ \text{(v)} \sum_{k=0}^{\infty} (k - \sqrt{k^2 + 1})^k & \text{(vi)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k} & \text{(vii)} \sum_{k=0}^{\infty} \ln \frac{k^2}{k^2 - 1} \end{array}$$

P2. Calcule el radio de convergencia de las siguientes series de potencias:

$$\text{(i)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k^2 + 1} \quad \text{(ii)} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{x^k}{k} \quad \text{(iii)} \sum_{k=1}^{\infty} a^{-k} x^k$$

P3. Sean (a_n) una sucesión de terminos positivos. Demuestre que si la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{1 + a_n}$ converge,

la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ también.

P4. Sean (a_n) y (b_n) sucesiones de numeros positivos tales que $e^{a_n} = a_n + e^{b_n}$, para todo $n \in \mathbb{N}$.

Demuestre que si $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge entonces $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{a_n}$ también.