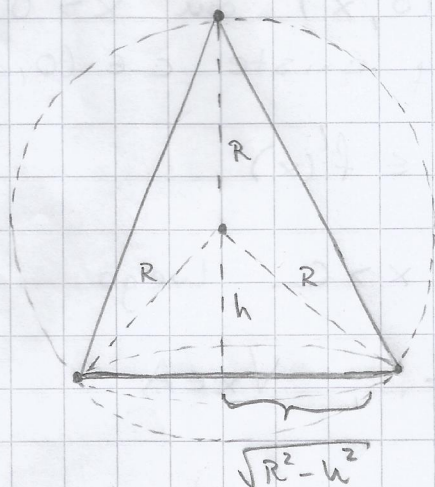


P11



$$V = \frac{1}{3} \underbrace{\pi r^2}_{\text{BASE}} \times \underbrace{R+h}_{\text{ALTURA}}$$

$$= \frac{\pi}{3} (R^2 - h^2)(R+h)$$

Tenemos entonces que analizar la función

$$V(h) = \frac{\pi}{3} (R+h)(R^2 - h^2)$$

con $h \in (-R, R)$. Ya que V es derivable acá

$$V'(h) = \frac{\pi}{3} (R^3 + R^2h - Rh^2 - h^3)'$$

$$\Rightarrow V'(h) = \frac{\pi}{3} (R^2 - 2Rh - 3h^2)$$

Entonces $V'(h) = 0$ es

$$3h^2 + 2Rh - R^2 = 0$$

$$\text{con soluciones } h = \frac{1}{3} (-R \pm 2R) = \begin{cases} \frac{R}{3} \\ -R \end{cases}$$

La solución $h = -R$ tiene $V(h) = 0$ luego la descartamos. Ya que $V''(h) = \frac{\pi}{3} (-2R - 6h) < 0$ cuando $h = R/3$ entonces

$$h = \frac{1}{3} R \text{ es máximo.} //$$

P21 Para cualquier intervalo $(0, x)$ con $x > 0$ podemos aplicar TVM + q existe $c \in (0, x)$ con

$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(c) \leq f'(x)$$

ya que f' es creciente y $x > c$. Luego

$$f'(x) \geq \frac{f(x)}{x}, \quad \forall x \in A$$

Esto implica que

$$\left(\frac{f(x)}{x} \right)' = \frac{1}{x} \left(f'(x) - \frac{f(x)}{x} \right) \geq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{x} \text{ creciente} //$$

P31 Expandimos en Taylor f' y f'' en torno a x_0 .

$$f'(x) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(i-1)!} f^{(i)}(x_0) (x-x_0)^{i-1} + O_n((x-x_0)^{n-1})$$

$$= \frac{1}{(n-1)!} f^{(n)}(x_0) (x-x_0)^{n-1} + O_1((x-x_0)^{n-1})$$

Asimismo

$$f''(x) = \frac{1}{(n-2)!} f^{(n)}(x_0) (x-x_0)^{n-2} + O_2((x-x_0)^{n-2})$$

De esta manera $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ queda definido por:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \left[x - \frac{\frac{1}{(u-1)!} f^{(u)}(x_0)(x-x_0)^{u-1} + O_1((x-x_0)^{u-1})}{\frac{1}{(u-2)!} f^{(u)}(x_0)(x-x_0)^{u-2} + O_2((x-x_0)^{u-2})} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow x_0} \left[x - (x-x_0) \cdot \frac{\left[\frac{1}{(u-1)!} f^{(u)}(x_0) + O_1((x-x_0)^{u-1}) \right] / (x-x_0)^{u-1}}{\left[\frac{1}{(u-2)!} f^{(u)}(x_0) + O_2((x-x_0)^{u-2}) \right] / (x-x_0)^{u-2}} \right]$$

$$\downarrow$$

$$0$$

ALGO FINITO ($f^{(u)}(x_0) \neq 0$)

PUES $O((x-x_0)^u) / (x-x_0)^u \rightarrow 0$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = x_0$$

con esto vemos que el límite que define $g'(x_0)$ es

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = - \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\frac{1}{(u-1)!} f^{(u)}(x_0) + \frac{O_1((x-x_0)^{u-1})}{(x-x_0)^{u-1}}}{\frac{1}{(u-2)!} f^{(u)}(x_0) + \frac{O_2((x-x_0)^{u-2})}{(x-x_0)^{u-2}}}$$

$$= - \frac{1}{u-1} //$$

P4 | Notamos que $g(0) = f(0) = 0$ y que
 $g(a) = f(a) - f(a) = 0$, luego por TVM existe
 $c \in (0, a)$ tq $g'(c) = \frac{0 - 0}{a - 0} = 0$.

Por otro lado

$$g'(x) = f'(x) - \frac{zx}{a^2} f(a),$$

entonces $g'(0) = f'(0) = 0$. Entonces
por TVM existe $\xi \in (0, c)$, o sea
 $\xi \in (0, a)$, tal que

$$g''(\xi) = \frac{0 - 0}{c - 0} = 0$$

Pero $g''(\xi) = f''(\xi) - \frac{z}{a^2} f(a)$ luego

$$\Rightarrow a^2 f''(\xi) = z f(a). //$$

PS | ¡Hagañulo! Se vera resolución en clases.