Auxiliar 8: IN77O - Modelos y Algoritmos de Optimización

Prof: Fernando Ordóñez
Aux: Tomás Lagos - Tomás Valdivia
Otoño 2018, 31 de Mayo

Resumen KKT:

Teorema de Karush-Kuhn-Tucker Sean $f_0, f_1, \cdots, f_m, h_1, \cdots, h_p$ funciones diferenciables, y x^*, λ^*, μ^* cualquier punto primal-dual factible sin gap de dualidad, entonces:

1. $f_i(x^*) \leq 0 \;\; \forall i = 1, \cdots, m$
2. $h_j(x^*) = 0 \;\; \forall j = 1, \cdots, p$
3. $\lambda_i^* \geq 0 \;\; \forall i = 1, \cdots, m$
4. $\lambda_i^* f_i(x^*) = 0 \;\; \forall i = 1, \cdots, m$
5. $\nabla f_0(x^*) + \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \nabla f_i(x^*) + \sum_{j=1}^p \mu_j^* \nabla h_j(x^*) = 0$

P1

Estudiaremos el problema de separación por hiperplano de margen máximo. Para esto considere los datos $\{(x_i, y_i)\}_{i \in I},\ x_i \in \mathbb{R}^n,\ y_i \in \{-1, 1\}$. En la clase anterior llegamos a que el problema se plantea como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}||w||^2 + C\sum_i \xi_i \\ \text{s.a} \quad & 1 - \xi_i - y_i(< w, x_i > +b) \leq 0, i \in \{1, \ldots, n\} \\ & - \xi_i \leq 0, i \in \{1, \ldots, n\} \end{aligned}$$

a) Explicite el lagrangeano, el problema dual y utilice KKT para caracterizar las soluciones.

b) Muestre que la solución y evaluación de la función de decisión asociada al hiperplano separador puede quedar en función de solo productos internos. ¿Qué importancia tiene esto?

P2

Caracterice la solución del siguiente problema

$$(P) \quad \begin{array}{rc} & \min -\sum_i \log(\alpha_i + x_i), \\ \text{s.a.} & \sum_i x_i = 1, \quad x_i \geq 0 \end{array}$$

y dé una noción intuitiva de cómo se asignan los valores.