

**Control 2**

Tiempo: 90 minutos

1. (30pts) Use sus conocimientos de teoría de juegos y no más de 8 renglones para responder las siguientes preguntas. Su respuesta no será evaluada si excede el límite o está escrita con letra ilegible.
  - a. (15pts) De acuerdo a Dixit, la primera regla básica de las decisiones estratégicas es: "Look forward and reason backwards". Es el equilibrio de Nash una buena manera de pensar en esta regla? Mencione dos ejemplos breves donde esta regla aplique.
  - b. (10pts) En muchas organizaciones y empresas es común que algunos trabajadores (típicamente los más calificados) reciban bonos por un buen desempeño. Esto es curioso, pues nada obliga a las firmas a pagar el bono (no es parte del contrato laboral). Cómo puede explicar esta práctica?
  - c. (5pts) Encuentre un juego de información perfecta sin solución de inducción reversa. (HINT: Considere un juego con un continuo de acciones)
2. (30pts)  $n \geq 2$  firmas compiten en una serie de licitaciones para proveer servicios de construcción al gobierno. El gobierno está dispuesto a pagar hasta  $v > 0$  (unidades monetarias) por cada servicio, mientras que el costo de proveer el servicio para cada firma es  $c$ , con  $0 \leq c < v$ . El gobierno abre una licitación en cada  $t \geq 1$  para proveer el servicio en ese periodo. En ella, las firmas simultáneamente ofrecen precios  $p_1, \dots, p_n$ , la firma con el menor precio gana la licitación y provee el servicio recibiendo  $\min\{p_1, \dots, p_n\}$  (en caso de empate, la firma que gana se resuelve de manera aleatoria y uniforme). Las firmas descuentan utilidades con un factor  $0 \leq \delta < 1$ . Todos los parámetros son conocidos por las  $n$  firmas.
  - a. (5pts) Encuentre un EN del juego de etapa.
  - b. (10pts) Encuentre  $\bar{\delta} < 1$  tal que para todo  $\bar{p} \in [c, v]$ , existe un EPS en estrategias gatillo tal que en cada ronda del juego infinitamente repetido las firmas fijan precio igual a  $\bar{p}$ .

El gobierno está molesto por el precio  $v$  que paga por los servicios. En una movida atrevida, el gobierno ha decidido poner un precio *mínimo* de ofertas. Es decir, el gobierno cambio las reglas de la licitación y obliga a cada firma  $i$  a ofertar un precio  $p_i$  mayor o igual a  $\bar{c}$ , con  $c < \bar{c} < v$ .
  - c. (10pts) Repita la parte b, ahora suponiendo que en ninguna licitación se puede ofrecer menos que  $\bar{c}$ .
  - d. (5pts) Es sensata la medida del gobierno de obligarse a comprar a un precio al menos  $\bar{c}$ ? Explique cómo cambian los incentivos de las firmas con esta nueva medida.<sup>1</sup>
3. (30pts) Considere un juego de coordinación en el que 3 amigos, Pedro, Juan y Diego deciden simultáneamente una entre tres alternativas  $\{A, B, C\}$ . La mejor alternativa es desconocida y determinada por la Naturaleza con probabilidad  $1/3$  para cada una de las 3 alternativas. Si los tres jugadores toman la mejor alternativa, entonces cada uno gana 5. Si los tres jugadores toman la misma decisión, pero no es la que la Naturaleza define como mejor, entonces cada jugador gana 1. Si los jugadores no toman todos la misma opción, entonces ganan 0.
  - a. (10pts) Suponga que ningún jugador observa la movida de la Naturaleza. Modele la situación como un juego en forma normal y encuentre todos los EN (en puras).

En lo que sigue, suponga que antes de decidir, Pedro observa la movida de la naturaleza. Juan y Diego no la observan, pero saben que Pedro sí.
  - b. (5pts) Modele la situación como un juego Bayesiano. Describa el espacio de estrategias de cada jugador.
  - c. (15pts) Encuentre todos los EB del juego Bayesiano descrito en b.

**IN3202- Microeconomía****Profesor:** Juan Escobar. **Auxiliares:** Valeria Bustamante, Valentina Contreras.**Pauta C2****Problema 1**

- a) La idea es capturada por inducción reversa, pero no por EN pues no se encuentra resolviendo hacia atrás
- ejemplos hay muchos: entrada y la reacción del incumben, el juego del mago valdivia, el juego de hernan cortez, ultimatum, negociaciones, ademas de los varios ejemplos en el texto que debían leer.
- b) El juego es repetido y de cooperación, por lo que si la empresa le ofrece un bono a un trabajador y luego de cumplidos los estándares de desempeño establecidos para la entrega del bono la empresa desvía y no paga el bono, el trabajador no volverá a confiar en la entrega del bono por lo que puede aplicar una estrategia gatillo en la que no se esforzará para cumplir los estándares de desempeño deseados por la empresa. De esta forma las empresas pagan los bonos puesto que la utilidad de cooperar ( obtener buen desempeño del trabajador y pagar el bono) es mejor a la de desviar una vez ( no pagar el bono) y no volver a obtener buen desempeño nunca más.
- c) Pueden mostrar cualquier ejemplo en el que no siempre exista una respuesta para cada acción del otro jugador.

**Problema 2****Respuesta:**

- a) En el EN cada firma propone  $p=c$ . (Deben chequear los incentivos al desvio).
- b) Para sostener la colusión debe cumplirse:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \frac{\bar{p} - c}{n} \geq \bar{p} - c$$

Lo que implica:  $\delta \geq \frac{n-1}{n}$ .

Como:  $\frac{n-1}{n} < 1$  existe el delta que sustenta la colusión  $\forall \bar{p} \in [c, v]$ .

- c) Ahora la utilidad en castigo será:  $\pi^{castigo} = \frac{\bar{c}-c}{n}$  puesto que bajo no cooperación el equilibrio será fijar  $p = \bar{c}$ .

Luego para que exista colusión debe cumplirse:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \frac{v-c}{n} \geq v-c + \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t \frac{\bar{c}-c}{n}$$

Lo que implica:  $\delta \geq \frac{(n-1)(v-c)}{n(v-c) + c - \bar{c}}$ .

- d) Si  $\bar{c} > c \Rightarrow \frac{(n-1)(v-c)}{n(v-c) + c - \bar{c}} > \frac{n-1}{n}$   
 $\Rightarrow$  la colusión es más difícil con la política.

**Problema 3****Respuesta:**

a)

Dado el perfil de acciones  $i, j, k$ , el pago del jugador  $x$ , con  $x \in \{Pedro, Juan, Diego\}$  es:

$$\mathbb{E}(u_x(i, j, k)) = 5/3 + 1/3 = 7/3 \text{ si } i = j = k$$

$$\text{y } \mathbb{E}(u_x(i, j, k)) = 0 \text{ si no}$$

Por lo que los equilibrios de Nash serán cuando todos se coordinan (y tienen pago  $\frac{7}{3}$ ) y cuando todos juegan algo distinto (con pago de 0).

Se puede demostrar también usando el juego en forma normal:

Cuando  $N = i$ :

Cuadro 1:  $P = i$

		J		
		i	j	k
D	i	<b>5, 5, 5</b>	0, 0, 0	0, 0, 0
	j	0, 0, 0	0, 0, 0	<b>0, 0, 0</b>
	k	0, 0, 0	<b>0, 0, 0</b>	0, 0, 0

Cuadro 2:  $P = j$

		J		
		i	j	k
D	i	0, 0, 0	0, 0, 0	<b>0, 0, 0</b>
	j	0, 0, 0	<b>1, 1, 1</b>	0, 0, 0
	k	<b>0, 0, 0</b>	0, 0, 0	0, 0, 0

Cuadro 3:  $P = k$

		J		
		i	j	k
D	i	0, 0, 0	<b>0, 0, 0</b>	0, 0, 0
	j	<b>0, 0, 0</b>	0, 0, 0	0, 0, 0
	k	0, 0, 0	0, 0, 0	<b>1, 1, 1</b>

Donde  $x \in \{P, J, D\}$ ,  $i, j, k \in \{A, B, C\}$  con  $i \neq j \neq k$ .

Los equilibrios serán cuando todos los jugadores se coordinen, independiente del estado de la naturaleza. Además, cuando todos están jugando algo distinto no hay incentivo al desvío, ya que el pago se mantiene en 0.

Finalmente, serán 9 EN por estado de la naturaleza:

$$EN = (i, i, i), (j, j, j), (k, k, k), (i, j, k), (i, k, j), (j, i, k), (j, k, i), (k, i, j), (k, j, i).$$

b)

Debemos definir 5 elementos: Conjunto de jugadores, acciones disponibles para cada jugador, conjunto de “tipos” para cada jugador, distribución de probabilidad sobre las combinaciones de tipos y función de utilidad para cada jugador (que depende de los tipos y las acciones). En este caso:

1.  $I = \{N, P, J, D\}$  es el conjunto de jugadores.
2.  $S_i = \{A, B, C\} \forall i$  son las acciones disponibles para cada jugador
3.  $\Theta_J = \Theta_D = \{\theta\}$  y  $\Theta_P = \{A, B, C\}$
4.  $\mathbb{P}[(\theta_p = i)] = \frac{1}{3}$  para  $i \in \{A, B, C\}$
5. Pagos:

$$\mathbb{P}(N = i) = \frac{1}{3}, N = i$$

Cuadro 4:  $P = i$ 

		J		
		i	j	k
D	i	<b>5, 5, 5</b>	0, 0, 0	0, 0, 0
	j	0, 0, 0	0, 0, 0	<b>0, 0, 0</b>
	k	0, 0, 0	<b>0, 0, 0</b>	0, 0, 0

Cuadro 5:  $P = j$ 

		J		
		i	j	k
D	i	0, 0, 0	0, 0, 0	<b>0, 0, 0</b>
	j	0, 0, 0	<b>1, 1, 1</b>	0, 0, 0
	k	<b>0, 0, 0</b>	0, 0, 0	0, 0, 0

Cuadro 6:  $P = k$ 

		J		
		i	j	k
D	i	0, 0, 0	<b>0, 0, 0</b>	0, 0, 0
	j	<b>0, 0, 0</b>	0, 0, 0	0, 0, 0
	k	0, 0, 0	0, 0, 0	<b>1, 1, 1</b>

Para Pedro, una estrategia es una función  $\theta_P \rightarrow \{A, B, C\}$ . Para Juan y Diego, la estrategia es sólo una acción  $s_x \in \{A, B, C\}$  ya que no reciben información.

c)

Calculamos el equilibrio Bayesiano:

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}(U(s_x = i)) &= (i, i, i) = 5 * \frac{1}{3} + 1 * \frac{1}{3} + 1 * \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \\
 &= (i, i, j) = 0 \\
 &= (i, i, k) = 0 \\
 &= (i, j, i) = 0 \\
 &= (i, j, j) = 0 \\
 &= (i, j, k) = 0 \\
 &= (i, k, i) = 0 \\
 &= (i, k, j) = 0 \\
 &= (i, k, k) = 0
 \end{aligned}$$

La intuición es que Pedro tiene los mismos pagos e incentivos que en la parte anterior, ya que  $J$  y  $D$  no saben qué juega él y deben coordinarse independiente de lo que sepa Pedro (para cualquier estado de la naturaleza).

Por lo tanto, podemos demostrar que no existen incentivos al desvío en la descoordinación.

Supongamos ahora Juan y Diego juegan  $i$  y  $j$ , con  $i \neq j$ . Independiente de la señal que reciba Pedro, sabe que su pago será 0. Ahora, para que Juan tenga incentivos a jugar  $i$  debe ser el caso que Pedro nunca juegue  $j$ , pues si para alguna señal Pedro jugara  $j$ , estaría en el interés de Juan jugar  $j$  también (y estar todos coordinados para recibir un pago de  $\frac{7}{3}$ ). Se sigue que independiente de la señal que Pedro recibe, Pedro jugará  $k$ , con  $k \neq j \neq i$ .

Finalmente, los EB son los mismos de la parte a).