

Examen
Tiempo: 135 minutos

P1. (30 puntos) (**Estabilidad Evolutiva**) Considere el juego donde $R, C > 0$

	H	D	B
H	$\frac{1}{2}(R - C), \frac{1}{2}(R - C)$	$R, 0$	$R, 0$
D	$0, R$	$\frac{1}{2}R, \frac{1}{2}R$	$0, R$
B	$0, R$	$R, 0$	$\frac{1}{2}R, \frac{1}{2}R$

- a. (10 puntos) Para $R > C$ encuentre el equilibrio Nash simétrico y demuestre que es evolutivamente estable.
 - b. (20 puntos) Para $R < C$ encuentre los equilibrios Nash simétricos y demuestre que son evolutivamente estables. [Pista: Hay solo dos EN simétricos, ambos en estrategias mixtas.]
- P2. (35 puntos) (**Competencia Cournot**) Hay tres firmas que producen el mismo producto con costo zero. Cada firma decide su cantidad de producción y compiten en un mercado con la demanda inversa $p = 1 - (q_1 + q_2 + q_3)$, donde q_i es la producción de la firma i .
- a. (10 puntos) Calcule el equilibrio (cantidades y precio) cuando las firmas deciden simultaneamente.
 - b. (25 puntos) Suponemos que primero la firma 1 decide su cantidad q_1 . Después, observando q_1 , las firmas 2 y 3 deciden sus cantidades simultaneamente. Calcule el equilibrio perfecto en subjuegos.
- P3. (35 puntos) (**Juego de Coordinación**) Considere el siguiente juego entre Pedro (que escoge fila) y Juan (que escoge columna)

	E	O
E	x, x	$0, 0$
O	$0, 0$	$1, 1$

donde $x > 0$.

- a. (5 puntos) Calcule todos los ENEM (incluyendo los equilibrios en puras).
 - b. (10 puntos) Suponga que el juego se repite infinitamente en $t = 0, 1, 2, \dots$. Cada jugador maximiza la suma descontada de los pagos del juego de etapa, con un factor de descuento $\delta < 1$. Encuentre $\bar{\delta} \geq 0$, tal que para todo $\delta \geq \bar{\delta}$, existe un EPS donde se juega (E, E) en cada ronda.
 - c. (5 puntos) Suponga que el juego se repite infinitamente. Cada jugador maximiza la suma descontada de los pagos del juego de etapa, con un factor de descuento $\delta < 1$. Muestre que existe $\bar{\delta} \geq 0$, tal que para todo $\delta \geq \bar{\delta}$, existe un EPS donde se juega (E, E) en cada ronda par y (O, O) en cada ronda impar.
 - d. (10pts) Suponga ahora que el juego se juega una sola vez. El valor de x es conocido por Pedro, pero no por Juan. Desde la perspectiva de Juan, x se distribuye de acuerdo a una distribución uniforme en $[0, 1]$. Encuentre el EB del juego. Son los EB eficientes? Explique.
 - e. (5pts) Como en la parte d, pero suponga ahora que desde la perspectiva de Juan, x se distribuye uniforme en $[1, 2]$. Encuentre el EB del juego. Son los EB eficientes? Explique.
- P4. (35puntos) (**Contratos y Riesgo Moral**) Un empleado puede hacer un esfuerzo $e \geq 0$ a un costo $\frac{c}{2}e^2$. El esfuerzo produce un beneficio $B(e) = e$ al empleador. Un contrato es una función $w: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ que especifica salarios en función del esfuerzo. El juego ocurre como sigue:

1. El empleador ofrece un contrato $w: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ al empleado.
 2. El empleado observa w y decide si acepta o no el contrato.
 3. Si no lo acepta, tanto el empleador como el empleado reciben 0.
 4. Si el empleador acepta el contrato, decide un esfuerzo $e^* \geq 0$. El empleador obtiene $e^* - w(e^*)$ mientras que el empleado obtiene $w(e^*) - \frac{c}{2}(e^*)^2$.
- a. (10 puntos) Antes de resolver el juego descrito arriba, suponga que el empleador puede forzar al empleado a hacer cualquier nivel de esfuerzo e si éste acepta el contrato. En este caso, un contrato es una función de salarios $w: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ junto con una especificación de esfuerzo $e^* \in \mathbb{R}_+$ que el empleado está forzado a hacer si acepta el contrato. Caracterice el contrato óptimo y muestre que el empleador especifica un nivel de esfuerzo $e^* = 1/c$.
 - b. (10pts) Plantee el problema de optimización que resuelve el empleador para encontrar el contrato que maximiza sus utilidades en el juego descrito arriba.
 - c. (10 puntos) Un contrato es lineal si es de la forma $w(e) = a + be$, donde a y b deben ser encontrados. Encuentre el contrato óptimo dentro de la clase de contratos lineales.
 - d. (5 puntos) Muestre que el contrato óptimo lineal encontrado en c es el contrato óptimo del empleador. Explique su resultado intuitivamente.