IN3202 Microeconomía | Profesor: J. Escobar, R. Ilkilic

Primavera 2016 | Auxiliares: B. Olea, J. Palma

Pauta P2 Examen

P2. (35 puntos) **(Competencia Cournot)** Hay tres firmas que producen el mismo producto con costo zero. Cada firma decide su cantidad de producción y compiten en un mercado con la demanda inversa $p = 1 - (q_1 + q_2 + q_3)$, donde q_i es la producción de la firma i.

a. (10 puntos) Calcule el equilibrio (cantidades y precio) cuando las firmas deciden simultaneamente.
Solución:
Como las firmas compiten en cantidades y eligen simultáneamente, el problema que enfrenta la firma i se representa como:

$$\max_{q_i} \ \pi_i(q_i, q_j, q_k) = (1 - (q_i + q_j + q_k))q_i$$

Aplicando CPO, derivando respecto a q_i se obtiene:

$$1 - q_i - q_j - q_k - q_i = 0$$

$$q_i = \frac{(1 - q_j - q_k)}{2}$$

Dado que todas las firmas se enfrentan al mismo problema de optimización, aplicamos simetría, es decir, $q_i = q_j = q_k$:

$$q_i = \frac{(1 - q_i - q_i)}{2}$$

Y obtenemos finalmente:

$$\boxed{q_i = \frac{1}{4}}$$

De esto se desprende que $\boxed{p = \frac{1}{4}}$

$$\text{Por tanto el } \boxed{\textbf{EN}{=}(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})}$$

b. (25 puntos) Suponemos que primero la firma 1 decide decide su cantidad q_1. Después, observando q_1, las firmas 2 y 3 deciden sus cantidades simultaneamente. Calcule el equilibrio perfecto en subjegos.
Solución:
Dado que estamos en presencia de un juego con 2 etapas, usamos inducción reversa para resolverlo. El problema al cual se enfrenta la firma 2 y 3 es:

$$\max_{q_2} \ \pi_2(q_1, q_2, q_3) = (1 - (q_1 + q_2 + q_3))q_2$$

$$\max_{q_3} \ \pi_2(q_1, q_2, q_3) = (1 - (q_1 + q_2 + q_3))q_3$$

En los cuales se asume que q_1 es sabido (pues se juega en el turno anterior), por lo tanto aplicando CPO para cada firma se obtiene:

$$q_2 = \frac{(1 - q_1 - q_3)}{2}$$

$$q_3 = \frac{(1 - q_1 - q_2)}{2}$$

Como tanto la firma 2 y 3 se enfrentan al mismo problema de optimización, aplicamos simetría, es decir $q_2 = q_3$, despejando en la ecuación para q_2 se tiene:

$$\boxed{q_2 = \frac{(1 - q_1 - q_2)}{2}}$$

$$\boxed{q_2 = q_3 = \frac{(1 - q_1)}{3}}$$

Ahora nos toca ver el problema al que se enfrenta la firma 1 que juega en el primer turno, el cual es como sigue:

$$\max_{q_1} \ \pi_1(q_1, \tfrac{(1-q_1)}{3}, \tfrac{(1-q_1)}{3}) = (1 - (q_1 + \tfrac{2(1-q_1)}{3})q_1$$

Aplicando CPO, derivando respecto a q_1:

$$\frac{1}{3} - \frac{q_1}{3} - \frac{q_1}{3} = 0$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2q_1}{3}$$

Por lo tanto:

$$\boxed{q_1 = \frac{1}{2}}$$

Reemplazando en la ecuación para q_2 y q_3 se obtiene:

$$q_2 = q_3 = \frac{(1 - q_1)}{3} = \frac{(1 - \frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{6}$$

Finalmente el EPS queda representado por:

$$\boxed{\textbf{EPS}=\{\frac{1}{2}, (\frac{1}{6}, \frac{1}{6})\}}$$