IN3202 Microeconomía — Profesor: Juan Escobar
Primavera 2016 — Auxiliares: Valentina Contreras, Bastian Olea

Pauta P2 Examen

(40pts) Dos firmas con costos marginales constantes e iguales a $c \geq 0$ compiten Bertrand. La firma con el menor precio satisface toda la demanda. La curva de demanda es $Q(p) = A - p$, donde $A > c$.

a. (5pts) Encuentre todos los EN (puras). Demostraremos que la combinación de estrategias $p_1^* = p_2^* = c$ - Es equilibrio de Nash.
   - Es el único equilibrio de Nash.

   El beneficio de cada empresa en la combinacin de estrategias (c, c) es 0, si la empresa i se desvía unilateralmente fijando un precio $p_i > c$ su beneficio sería nulo ya que no vendería a nadie. Si baja el precio $p_i < c$ vendería a todo el mercado pero obtendría beneficios negativos. Es as como no hay incentivos al desvío por lo que el perfil (c, c) es equilibrio de nash.

   Ahora veamos que es único:

   Caso con precios diferenciados:

   $p_i > p_j > c$ En este caso el jugador i tiene incentivos a fijar un precio $p_i' = P_j - \epsilon$ y captar toda la demanda, de esta forma pasa de tener utilidad 0 a utilidad positiva. De esta forma no existen equilibrios de nash en estrategias puras cuando los precios son diferentes y mayores a c.

   $p_i > c > p_j$ o $c > p_i > p_j$ En este caso el jugador j tiene incentivos a fijar un precio $p_j' = c$, de esta forma pasa de tener utilidad negativa a utilidad 0. De esta forma no existen equilibrios de nash en estrategias puras cuando los precios son diferentes y menores a c.

   Caso con precios iguales:

   $p_i = p_j > c$ En este caso el jugador i tiene incentivos a fijar un precio $p_i' = P_j - \epsilon$ y captar toda la demanda, de esta forma pasa de tener utilidad $\frac{(A-p_i)}{2}$ a $(A - p_i)$. De esta forma no existen equilibrios de nash en estrategias puras cuando los precios son iguales y mayores a c.

   $c > p_i = p_j$ En este caso tanto el jugador j, como el i tienen incentivos a fijar un precio $p' = c$, de esta forma pasan de tener utilidad negativa a utilidad 0. De esta forma no existen equilibrios de nash en estrategias puras cuando los precios son iguales y menores a c.

Ya analizados todos los casos es posible concluir que el perfil (c, c) es el único equilibrio de nash en estrategias puras.

b. (10pts) Encuentre las utilidades monopólicas. Explique por qué las firmas que compiten Bertrand y tienen capacidad para manipular precios no pueden alcanzar las utilidades monopólicas.

El monopolio enfrenta el siguiente problema de maximización:

$$Max\,[(p_i - c)(A - p_i)]$$

A través de CPO se obtiene:

$$A - 2p_i - c = 0$$
$$p_i = \frac{A - c}{2}$$

Luego la Utilidad del monopolio corresponde a: $\pi^M = \frac{(A-c)^2}{4}$

Como vimos en a. las firmas al jugar a la bertrand tienen incentivos a desviar cuando los precios son mayores a c, luego la nica forma de alcanzar las utilidades monopólicas sera a travs de un acuerdo colusivo. Al competir las firmas no internalizan el efecto del precio que fijan sobre los profits del rival. Esa externalidad hace que el equilibrio sea ineficiente desde la perspectiva de ambas firmas.

c. (10pts) Suponga que las firmas juegan repetidamente en cada $t = 1, 2, 3, ...$ El factor de descuento de la firma i es $\delta_i < 1$. Sea $p \in [c, \bar{p}]$, donde $\bar{p}$ es el precio monopólico. Encuentre una condición sobre δ_1 y δ_2 de modo que p se juegue en cada ronda del juego infinitamente repetido, usando estrategias gatillo. Verifique incentivos después de cada historia.

Tenemos que cuando $p = c$, nos encontramos en el caso visto en a. en cada periodo, por tanto independiente del δ las firmas pueden sostener precios iguales a p.

Para que se sostenga un acuerdo colusivo en $p \in (c, \bar{p}]$ debe cumplirse:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta_i^t \pi^{coop} \geq \pi^{desv} + \sum_{t=0}^{\infty} \pi^{cast}$$

Donde:

$\pi^{coop} = \frac{(p-c)(A-p)}{2}\ \forall p \in [c, \bar{p}]$

$\pi^{desv} = (p-c)(A-p)$ (Desvo corresponde a bajar un ϵ el precio cooperativo y abarcar toda la demanda.)

$\pi^{cast} = 0$ (Pagos del EN).

Luego debe cumplirse:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta_i^t \frac{(p-c)(A-p)}{2} \geq (p-c)(A-p) + \sum_{t=0}^{\infty} \delta_i^t 0$$

$$\frac{(p-c)(A-p)}{2(1-\delta_i)} \geq (p-c)(A-p) + 0$$

$$(p-c)(A-p) \geq (p-c)(A-p)2(1-\delta_i)$$

$$\delta_i \geq \frac{1}{2} \; \forall i \in \{1,2\}$$

Luego $Min\,[\delta_1, \delta_2] \geq \frac{1}{2}$

Es fácil ver que los incentivos para seguir el castigo se cumplen puesto que el castigo corresponde al EN.

d. (10pts) Repita c, usando estrategias de castigo 1. HINT: Como se vió en cátedra, estrategias de castigo 1 son estrategias en las cuales despus de un desvío, hay solo una ronda de castigo para luego volver al camino cooperativo.

Para que se sostenga un acuerdo colusivo debe cumplirse:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \delta_i^t \pi^{coop} \geq \pi^{desv} + \delta \pi^{cast}$$

En este caso el $\pi^{cast} = 0 + \sum_{t=1}^{\infty} \delta_i^t \frac{(p-c)(A-p)}{2}$

Luego debe cumplirse:

$$\frac{(p-c)(A-p)}{2(1-\delta_i)} \geq (p-c)(A-p) + \delta 0 + \frac{\delta^2 (p-c)(A-p)}{2(1-\delta_i)}$$

Despejando el δ:

$$2\delta - \delta^2 - 1 \geq 0$$

Lo que se cumple para $\delta = 1$, por lo que no se puede sostener la colusión pues δ debe ser menor estricto que 1.

Ahora es necesario chequear si hay incentivos a desviar en el camino de castigo.

Es fácil ver que durante la ronda única de castigo no hay incentivos al desvío puesto que se trata del caso de EN.

Para lo periodos siguientes se tiene que se vuelve al caso de cooperacin por lo que para sostener esa historia basta con que se cumpla $\sum_{t=0}^{\infty} \delta_i^t \pi^{coop} \geq \pi^{desv} + \delta \pi^{cast}$ que como se verifico no es posible de sostener.

Luego no es posible sostener la colusión con estrategias de castigo 1, esto puesto que si el jugador se desvía gana dos veces lo que gana con colusión. Como el castigo es de un solo periodo siempre conviene desviarse. Si no se desvía obtiene la mitad de la utilidad monopólica hoy y mañana, pero el de mañana lo descuenta en delta.

e. (5pts) Suponga que el juego se repite por 100 periodos. Es posible sustentar la colusión con estrategias gatillo o con estrategias de castigo 1? Como el juego es finito puede ser resuelto mediante induccin reversa:
- En el periodo 100 ambos jugadores se ven enfrentados al juego de una etapa que como vimos en a tiene como nico equilibrio (c, c), por lo que ambos tienen incentivos a desviar del acuerdo colusivo.
- En el periodo 99, ambos jugadores saben que en el periodo 100 ambos desviarn del acuerdo, luego sostener el acuerdo entrega $\pi^{coop} = \frac{(p-c)(A-p)}{2}$ mientras que desviarse $(p-c)(A-p)$ (independiente de si se usa estrategia gatillo o castigo 1). por lo que ambos tienen incentivos al desvío.
- En el periodo 98, ambos jugadores saben que en los periodos 99, 100 ambos desviarn del acuerdo, luego sostener el acuerdo entrega $\pi^{coop} = \frac{(p-c)(A-p)}{2}$ mientras que desviarse $(p-c)(A-p)$ (independiente de si se usa estrategia gatillo o castigo 1). por lo que ambos tienen incentivos al desvío.
.
.
.
- En el periodo 1, ambos jugadores saben que en los periodos 2,3,...99, 100 ambos desviarán del acuerdo, luego sostener el acuerdo entrega $\pi^{coop} = \frac{(p-c)(A-p)}{2}$ mientras que desviarse $(p-c)(A-p)$ (independiente de si se usa estrategia gatillo o castigo 1). por lo que ambos tienen incentivos al desvío.
Luego es imposible sostener el acuerdo colusivo con el juego de 100 periodos.