IN3202 Microeconomía — Profesor: Juan Escobar

Primavera 2016 — Auxiliares: Valentina Contreras, Bastian Olea

## Pauta P3

1. (40pts) $n$ jugadores deciden si contribuyen o no a un bien púbico $s_i \in \{C, NC\}$. El bien púbico se realiza si al menos un jugador contribuye. El costo de contribuir es $c \in [0,1]$. El beneficio del jugador $i$ por tener el bien público, $v_i$, es su información privada y se distribuye uniforme en $[0,1]$.

   a. (10pts) Modele la situación como un juego Bayesiano. Describa el espacio de estrategias.
   **Solución:**

   Jugadores: $I = \{1,2,3,...,n\}$ **(1 pto.)**
   Tipos: $t_i \in [0,1] \quad \forall i \in I$ **(2 pts.)**
   Creencias: $\Theta(t_j < k \mid t_i) = \int_0^k dx = k$ **(2 pts.)**
   Estrategias: $s_i(v_i) \in \{C, NC\} \quad \forall i \in I$ **(1 pto.)**
   Pagos: **(4 pts.)**

$$u_i(s_i, s_j, v_i) = \begin{cases} v_i - c & si \qquad s_i = C \\ v_i & si \quad s_i = NC \wedge \exists j \neq i; s_j = C \\ \\ 0 & \qquad \sim \end{cases}$$

   b. (15pts) Encuentre un EB en el que cada jugador contribuye ssi $v_i \geq v$, donde $v$ debe ser determinado.
   **Solución:**
   Se propone una estrategia tipo **cut off** de la forma: **(3 pts.)**

$$s_i(v_i) = \begin{cases} C & si \quad v_i \geq v^* \\ NC & si \quad v_i < v^* \end{cases}$$

   Ahora, buscamos la indiferencia entre aportar y no hacerlo: **(2 pts.)**

$$\mathbb{E}[U_i(C)] = v^* - c = \mathbb{E}[U_i(NC)] = v^* \Pr(\exists j \neq i; s_j = C)$$

   Calculando $\Pr(\exists j \neq i; s_j = C)$: **(5 pts.)**

$$\Pr(\exists j \neq i; s_j = C) = 1 - \Pr(\forall j \neq i; s_j = NC) = 1 - \Pr(v_i < v^*)^{n-1}$$

   Finalmente obtenemos el valor límite que separa ambas acciones de la estrategia de separación: **(5 pts.)**

$$\begin{aligned} v^* - c &= v^*(1 - v^{*(n-1)}) \\ v^* &= \sqrt[n]{c} \end{aligned}$$

   c. (15pts) Encuentre la probabilidad que el bien púbico se construya (5pts). Cómo cambia la probabilidad con $n$? Explique (10pts).
   **Solución:**
   La probabilidad teniendo en cuenta a los $n$ jugadores: **(7 pts.)**

$$\begin{aligned} \Pr(\exists j \neq i; s_j = C) &= 1 - \Pr(\forall i \in 1, \ldots, n; s_i = NC) \\ \Pr(Alguien\ \ aporta) &= 1 - \Pr(Nadie\ \ aporta) \\ &= 1 - (\sqrt[n]{c})^n \\ &= 1 - c \end{aligned}$$

   Por lo tanto, no varía a medida que aumenta el número de jugadores. Intuitivamente, se espera que a mayor cantidad de jugadores, más probable sea la provisión del bien; sin embargo, también ocurre que mientras más jugadores haya, es más probable que un rival provea el bien, lo que hace que cada jugador tenga menos incentivos a cooperar. En este problema, ambos efectos se contrarrestan, haciendo que las chances no dependan de $n$. **(8 pts.)**