

Vibraciones y Ondas - FI3001

Profesor: Álvaro Núñez

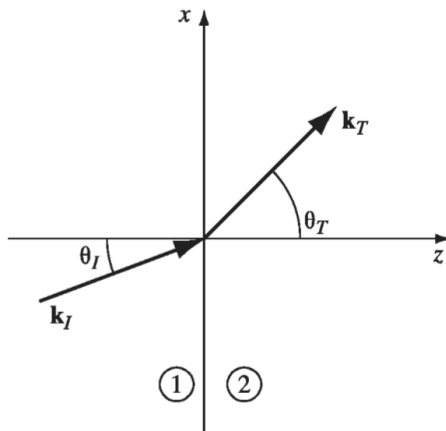
Auxiliar: José Chesta, Camilo Ulloa

AUXILIAR 9: VECTOR DE POYNTING Y LEY DE SNELL

De acuerdo a la Ley de Snell, cuando la luz pasa de un medio ópticamente denso a uno menos denso ($n_1 > n_2$), la propagación del vector $\vec{k}$ se desvía más allá de la normal. En particular, si la luz es incidente a un ángulo crítico

$$\theta_C = \sin^{-1}(n_2/n_1)$$

entonces $\theta_T = 90^\circ$, y el rayo transmitido pasa por la interface. Si θ_I excede θ_C , entonces no hay rayo refractado, sólo uno reflejado, lo que se conoce como **reflexión total interna**. Sin embargo, los campos EM no son nulos en el medio 2, sino que obtenemos lo que se llama una **onda evanescente**, que rápidamente se atenúa y no transporta energía en el medio 2.



Una forma rápida de construir una onda evanescente es notar que, en el medio 2, $k_T = \omega n_2/c$ con:

$$\vec{k}_T = k_T(\sin\theta_T \hat{x} + \cos\theta_T \hat{z})$$

El único cambio es que:

$$\sin\theta_T = \frac{n_1}{n_2} \sin\theta_I$$

1

es ahora mayor que 1, y

$$\cos\theta_T = \sqrt{1 - \sin^2\theta_T} = i\sqrt{\sin^2\theta_T - 1}$$

es imaginario. Obviamente θ_T no puede ser interpretado como un ángulo.

- a) Muestre que en el medio 2, la onda transmitida puede ser escrita como

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{T}}(\tilde{\mathbf{r}}, \mathbf{t}) = \tilde{\mathbf{E}}_{0\mathbf{T}} e^{-\kappa z} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega\mathbf{t})}$$

con $\kappa = \frac{\omega}{c} \sqrt{(n_1 \sin\theta_I)^2 - n_2^2}$ y $k = \frac{\omega n_1}{c} \sin\theta_I$. Esto es una onda propagándose a la derecha (paralela a la interface), y atenuada en la dirección z.

- b) En una onda polarizada perpendicularmente al plano de incidencia, se tiene que la amplitud del campo magnético $\vec{B}$ es $|\tilde{\mathbf{B}}_{0\mathbf{T}}| = |\tilde{\mathbf{E}}_{0\mathbf{T}}|/v_2$.

Muestre que la parte real de los campos evanescentes es:

$$\begin{aligned} \vec{E}(r, t) &= E_0 e^{-\kappa z} \cos(kx - \omega t) \hat{y} \\ \vec{B}(r, t) &= \frac{E_0}{\omega} e^{-\kappa z} (\kappa \sin(kx - \omega t) \hat{x} + k \cos(kx - \omega t) \hat{z}) \end{aligned}$$

- c) Construya el vector de Poynting de los campos evanescentes y muestre que en promedio, no se transmite energía en la dirección z.