P1. Mallas

En el siguiente circuito, sea $V_1 = 1V$, $V_2 = 2V$, $V_3 = 3V$ y $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1\Omega$

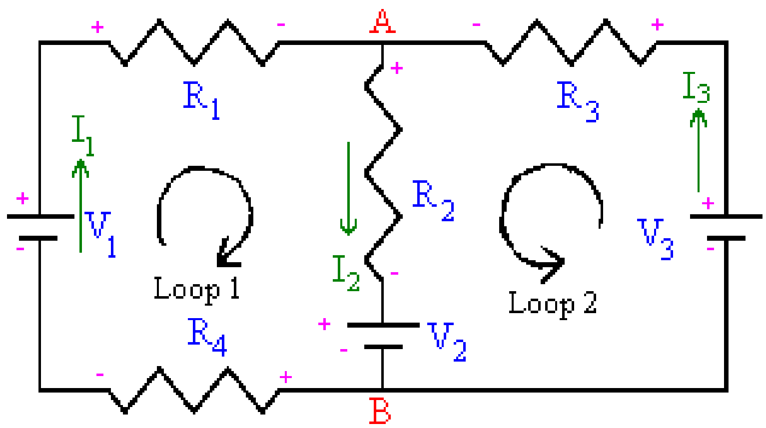

Figura 1: Circuito del problema 1.

Calcular las corrientes I_1, I_2 e I_3.

Solución:

Para resolver este problema, debemos tener en cuenta las leyes de Kirchhoff:

$$\sum_i I_i = 0$$
$$\sum_i V_i = 0$$

Aplicando la ley de las corrientes en el nodo A, se obtiene que:

$$I_1 + I_3 = I_2 \tag{1}$$

Luego, al aplicar la ley de los voltajes en el loop 1:

$$\begin{aligned} &V_1 - I_1R_1 - I_2R_2 - V_2 - I_1R_4 = 0 \\ \Rightarrow &1[V] - I_1 1[\Omega] - I_2 1[\Omega] - 2[V] - I_1 1[\Omega] = 0 \\ \Rightarrow &-1[V] - (I_1 + I_2 + I_1)[\Omega] = 0 \\ \Rightarrow &-1\left[\frac{V}{\Omega}\right] - (2I_1 + I_2) = 0 \\ \Rightarrow &2I_1 + I_2 = -1[A] \end{aligned} \tag{2}$$

Haciendo lo mismo en el loop 2:

$$\begin{aligned} &V_3 - I_3R_3 - I_2R_2 - V_2 = 0 \\ \Rightarrow &3[V] - I_3 1[\Omega] - I_2 1[\Omega] - 2[V] = 0 \\ \Rightarrow &1[V] - (I_3 + I_2)[\Omega] = 0 \\ \Rightarrow &I_2 + I_3 = 1[A] \end{aligned} \tag{3}$$

De la ecuación (3), $I_3 = 1[A] - I_2$, y reemplazando esto en la ecuación (1) se tiene:

$$\begin{aligned} I_1 + 1[A] - I_2 &= I_2 \\ 2I_2 - I_1 &= 1[A] \end{aligned} \tag{4}$$

De la ecuación (2) despejamos I_2:

$$I_2 = -1[A] - 2I_1 \tag{5}$$

y reemplazamos (5) en (4):

$$\begin{aligned} 2(-1[A] - 2I_1) - I_1 &= 1[A] \\ \Rightarrow -2[A] - 4I_1 - I_1 &= 1[A] \\ -5I_1 &= 3[A] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_1 = -\tfrac{3}{5}[A]}$$

Reemplazando ahora el valor obtenido de I_1 en la ecuación (5):

$$\begin{aligned} I_2 &= -1[A] - 2 \cdot \left(-\frac{3}{5}[A]\right) \\ I_2 &= -1[A] + \frac{6}{5}[A] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_2 = \tfrac{1}{5}[A]}$$

Y finalmente, reemplazando el valor obtenido de I_2 en la ecuación (3):

$$\frac{1}{5}[A] + I_3 = 1[A]$$

$$\Rightarrow \boxed{I_3 = \tfrac{4}{5}[A]}$$

Como se obtiene I_1 negativa, se concluye que esta corriente fluye en realidad en el sentido contrario al propuesto inicialmente.