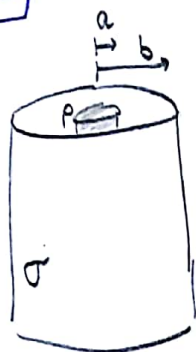


Auxiliar 2

P1)



Recordamos la ley de Gauss (integral)

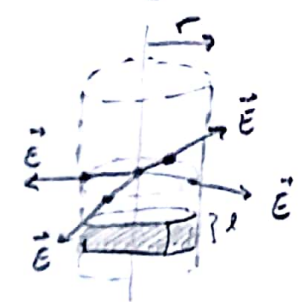
$$\oint_{\Omega} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

Para este tipo de ejercicios donde vemos una geometría clara y "simple", es relativamente fácil ver que superficie gaussiana ocupar.

↳ Por simetría, vemos que el campo debe ser ^(promete) radial y solo depender del radio, ya que no hay un ángulo predilecto o una altura relevante

$$\Rightarrow \vec{E} = E(r) \hat{r}$$

S: ahora vemos que una sup. gaussiana tipo cilindro es tangente al campo eléctrico



$$\rightarrow \oint_{\Omega} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^l E(r) \hat{r} \cdot d\vec{S} = I$$

$$\textcircled{D} d\vec{S} = r d\theta dz \hat{r} + r dr dz \hat{\theta} + r dr d\theta \hat{z}$$

$$\Rightarrow I = E(r) \int_0^{2\pi} \int_0^l \hat{r} \cdot r d\theta dz \hat{r} = E(r) \cdot 2\pi \cdot l \cdot r$$

$$\therefore \boxed{I = 2\pi l r E(r)}$$

Esa era la parte "indep." de la región mientras mantenga la simetría, ahora hay que ver que pasa con q_{enc} en cada caso

a) $Q > r > 0$

$$I = E(r) 2\pi r l = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

Como es un cilindro sólido, vamos a hacer densidad ρ

$$\begin{aligned} \Rightarrow q_{enc} &= \iiint_V \rho d^3r = \rho \int_0^{2l} \int_0^r \int_0^{2\pi} r d\theta dr dz \\ &= \rho 2\pi \cdot \frac{r^2}{2} \cdot l \Rightarrow \boxed{q_{enc} = \rho \pi r^2 l} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow E(r) \cdot 2\pi r l &= \frac{\rho \pi r^2 l}{\epsilon_0} \\ \Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = \frac{\rho r}{2\epsilon_0}} \end{aligned}$$

b) $b > r > a$

$$I = E(r) \cdot 2\pi r l = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

En esta zona ya tomamos toda la carga por lo que la integral de volumen ya no va hasta r sino hasta $R=a$

$$\Rightarrow q_{enc} = \iiint_V \rho d^3r = \rho \int_0^{2l} \int_0^a \int_0^{2\pi} r d\theta dr dz = \rho 2\pi \cdot \frac{a^2}{2} l$$

$$\Rightarrow E(r) \cdot 2\pi r l = \frac{\rho \pi a^2 l}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\rho a^2}{2r\epsilon_0}$$

o) $r > b$

Aquí ya encerramos toda la carga del cable coaxial por lo que recordamos que según enunciado σ es tal que el cable está neutro

$$\begin{aligned} \Rightarrow q_{enc} &= \int_V \rho d^3\vec{r} + \int_S \sigma d^2\vec{r} \\ &= \rho \cdot \pi a^2 l + \sigma 2\pi b l \\ &= 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sigma = -\frac{\rho a^2}{2b}} \end{aligned}$$

$r=b$
 $\nearrow$
 $2\pi l$
 $\int_0^{2\pi} \int_0^l b d\phi dz$

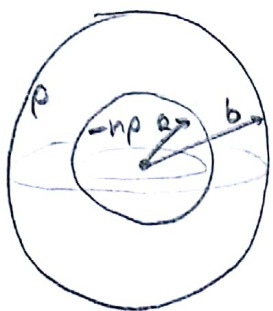
Como $q_{enc} = 0 \Rightarrow E(r) \cdot 2\pi r l = \frac{0}{\epsilon_0}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = 0}$$

$\therefore$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\rho r}{2\epsilon_0} & a > r > 0 \\ \frac{\rho a^2}{2r\epsilon_0} & b > r > a \\ 0 & r > b \end{cases}$$

P2]



Al igual que el ejercicio anterior
usamos la ley de G. Integral
pero ahora con simetría esférica

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

Vemos que no hay ángulo dominante

$$\Rightarrow \vec{E}(r, \theta, \phi) = E(r) \hat{r}$$

$$\begin{aligned} \therefore \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} &= E(r) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \\ &= E(r) \cdot r^2 \cdot 2\pi \cdot \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta = \underline{4\pi r^2 E(r)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \boxed{I = 4\pi r^2 E(r)}$$

Similar al ej. anterior vemos que la carga encerrada es

$$\boxed{q_{enc}(r) = \int_V \rho(r) d^3r}$$

$$\Rightarrow \underline{0 < r < a}$$

$$\rho(r) = -n\rho \Rightarrow q_{enc} = -n\rho \cdot \int_V r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \, dr$$

$$= -n\rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\Rightarrow E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{-n\rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = \frac{-n\rho r}{3\epsilon_0} \hat{r}}$$

$$\Rightarrow \underline{a \leq r \leq b}$$

$$q_{enc} = \int_V \rho(r) r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \, dr = -n\rho \int_0^a \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \, dr +$$

$$\rho \int_a^r \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \, dr$$

$$\Rightarrow q_{enc} = -n\rho \cdot \frac{4}{3} \pi a^3 + \rho \frac{4}{3} \pi (r^3 - a^3)$$

$$= \frac{4}{3} \pi \rho (r^3 - (1+n)a^3)$$

$$\Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\frac{4}{3} \pi \rho (r^3 - (1+n)a^3)}{4\pi r^2 \epsilon_0} \hat{r}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = \frac{\rho(r^3 - (1+n)a^3)}{3r^2 \epsilon_0} \hat{r}}$$