

Auxiliar 9

Potencial magnético vector y ley de Ampere

Juan Pablo Campos
D Sapone

30 de julio

Contenido

1 Potencial magnético vector

2 Ley de Ampere

3 P1 y P2

4 P3

Potencial magnético vector

■ Definición campo magnético:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{C1} \frac{d\vec{r}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} \quad (1)$$

$$\nabla_r \left(\frac{1}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} \right) = - \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} \quad (2)$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = - \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{C1} d\vec{r}' \times \nabla_r \left(\frac{1}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} \right) \quad (3)$$

■ Identidad

$$\nabla \times (\phi \vec{A}) = \nabla \times \vec{A} + \nabla \phi \times \vec{A} \quad (4)$$

Potencial magnético vector

- Reemplazando $\phi = \frac{1}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|}$ y $\vec{A} = d\vec{r}'$

$$\nabla_r \times \left(\frac{d\vec{r}'}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|} \right) = \frac{\nabla_r \times d\vec{r}'}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|} + \nabla_r \left(\frac{1}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|} \right) \times d\vec{r}' \quad (5)$$

- $\nabla_r d\vec{r}' = 0'$

$$\nabla_r \times \left(\frac{d\vec{r}'}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|} \right) = -d\vec{r}' \times \nabla_r \left(\frac{1}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|} \right) \quad (6)$$

- Reemplazando (6) en (3)

$$\vec{B}(\vec{r}) = \nabla_r \times \left(\frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{C1} \frac{d\vec{r}'}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|} \right) \quad (7)$$

Potencial magnético vector

- Definimos el Potencial magnético vector

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{C1} \frac{d\vec{r}'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} \quad (8)$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \text{Rot}(\vec{A}) \quad (9)$$

- Segunda ecuación de Maxwell

$$\text{div}(\vec{B}) = \text{div}(\text{Rot}(\vec{A})) = 0 \quad (10)$$

Distribucion de corriente

- Hasta el momento tenemos

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{C1} \frac{d\vec{r}'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} \quad (11)$$

- $d\vec{s} \cdot d\vec{r}' = d^3r$
 $\vec{J} d\vec{s} \cdot d\vec{r}' = \vec{J} d^3r$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J} d^3r'}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|} \quad (12)$$

- Comparando con respecto al potencial tenemos.

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \quad (13)$$

Ley de Ampere

Identidad:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (14)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) + \mu_0 \vec{J} \quad (15)$$

Demostrar que si estamos en estado estacionario $\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) = 0$

Ley de Ampere

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (16)$$

Integrando la ecuación (16)

$$\int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} = \mu_0 I \quad (17)$$

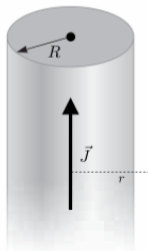
Ley de Ampere

- Aplicando el teorema de Stokes tenemos la ley circuital de Ampere:

$$\int_{C1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (18)$$

P1 y P2

- P1. Usando la ley de Ampere calcule el campo magnetico para: a) Un cable de largo infinito que transporta una corriente I . b) Una bobina de N vueltas con radio a y largo infinito por el cual circula una corriente I . c) Un toriode con N vueltas con radio interno a y externo b por el cual circula una corriente I .
- P2. Un cilindro de radio R acarrea una densidad de corriente $\vec{J}(\vec{r}) = J_0 \frac{R}{z} \hat{z}$ (en coordenadas cilindricas).
a) Determinar J_0 en terminos de la corriente total que pasa por el cilindro.
b) Calcule el campo magnetico en todo el espacio.
c) Calcule el potencial magnetico vector en todo el espacio. Tome como hipotesis que $\vec{A}$ se anula en la superficie del cilindro. Puede usar $\nabla \times (\phi(r)\hat{z}) = \partial_r \phi(r) \hat{\theta}$.



P3

- P3. Se tiene un conductor en la forma de una capa cilíndrica recta, infinita, de radio interior a y radio exterior b . Este conductor tiene una densidad de corriente que, expresada en coordenadas cilíndricas, es:
$$\vec{J}(a \leq r \leq b) = \frac{\alpha}{r} \hat{\theta} + \beta \hat{z}$$
 α y β son constantes conocidas. Obtenga el campo magnético en todas partes.

