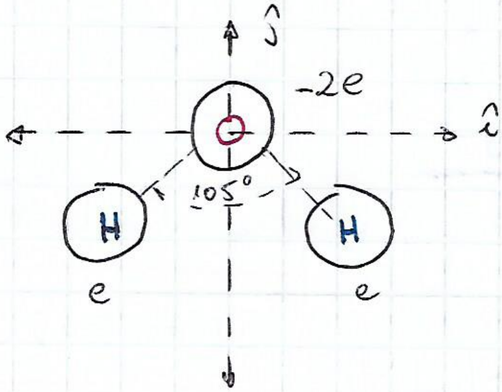
Auxilion

P1)



$|\vec{p}| = 18.6 \times 10^{-30}$ [Cm] $\qquad \theta = 105°$

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ [C]

$\vec{r}_1 = -d \cos(\theta/2)\,\hat{j} - d \sin(\theta/2)\,\hat{i}$

$\vec{r}_2 = -d \cos(\theta/2)\,\hat{j} + d \sin(\theta/2)\,\hat{i}$

$\vec{p} = q_1 \vec{r}_1 + q_2 \vec{r}_2$

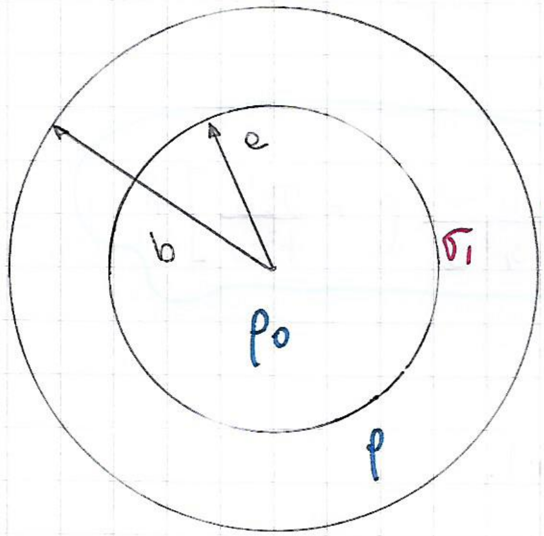
$\vec{p} = 2ed \cos(\theta/2)\,\hat{j}.$

$\Rightarrow \quad 2ed \cos(\theta/2) = 18.6 \times 10^{-30}$ Cm

$\Rightarrow \quad \boxed{d = 3.02 \times 10^{-11}\ m}$

Pauta Aux4

P1)



ρ_0 es cte.

$\boxed{V(r) = -k\, r^2}$ para $r \in (a, b)$.

***

a) En efecto calculemos el campo eléctrico usando la ley gauss.

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0} \quad \text{para } r \in (0, a)$$

$$4\pi r^2 E(\vec{r}) = \frac{4/3\, \pi r^3 \rho_0}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = \frac{r \rho_0}{3\varepsilon_0} \hat{r}$$

ahora veamos para $r \in (a, b)$.

$$4\pi r^2 E(\vec{r}) = \frac{4/3\, \pi a^3 \rho_0 + 4\pi \sigma_1 a^2 + 4/3\, \pi (r^3 - a^3)}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \left[\frac{a^3 \rho_0}{3r^2 \varepsilon_0} + \frac{\sigma_1 a^2}{r^2 \varepsilon_0} + \frac{(r^3 - a^3)}{3r^2 \varepsilon_0}\rho\right]\hat{r}}$$

ahora para $r \in (b, +\infty)$.

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \left[\frac{a^3 \rho_0}{3r^2 \varepsilon_0} + \frac{\sigma_1 a^2}{r^2 \varepsilon_0} + \frac{(b^3 - a^3)}{3r^2 \varepsilon_0}\rho + \frac{\sigma_2 b^2}{r^2 \varepsilon_0}\right]\hat{r}}$$

b) ahora vamos a calcular $V(r)$.

definición

$$\hookrightarrow \quad V(r) = -\int \vec{E}(\vec{r})\, d\vec{r}.$$

Sea $r \in (0, a) \rightarrow \quad V(r) = -\int \frac{r \rho_0}{3\varepsilon_0} dr.$

$$\boxed{V(r) = -\frac{r^2}{6\varepsilon_0}\rho_0 + C_1} \quad **$$

Sea $r \in (a,b)$.

$$(*) \quad V(r) = -\left\{ -\frac{a^3 \rho_0}{3r\varepsilon_0} - \frac{\sigma_1 a^2}{r\varepsilon_0} + \frac{r^2 \rho}{6\varepsilon_0} + \frac{a^3 \rho}{3r\varepsilon_0} \right\} + C_2$$

Sea $r \in (b, +\infty)$.

$$V(r) = \frac{a^3 \rho_0}{3r\varepsilon_0} + \frac{\sigma_1 a^2}{r\varepsilon_0} + \frac{(b^3 - a^3)\rho}{3r\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2 b^2}{r\varepsilon_0} + C_2$$

$\odot$

ahora vamos a imponer condiciones de borde sobre el potencial.

Notamos que por enunciado $(*) = -kr^2$.

$\Rightarrow$ $\boxed{C_2 = 0.}$ pues C_2 no depende de r.

además, todo lo que no tenga r^2 debe ser cero $\Rightarrow$

$$-\frac{a^3 \rho_0}{3r\varepsilon_0} - \frac{\sigma_1 a^2}{r\varepsilon_0} + \frac{a^3 \rho}{3r\varepsilon_0} = 0$$

$$\frac{r^2 \rho}{6\varepsilon_0} = kr^2$$

notamos haciendo cálculos de potencial que nos dieron con el cálculo dos.

$$\Rightarrow \quad \boxed{\rho = 6\varepsilon_0 K.}$$

$$\sigma_1 = \frac{(6\varepsilon_0 K - \rho_0)\,a}{3}$$

→ Recordamos que por definición.

$$\lim_{r\to\infty} V(\vec{r}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{C_3 = 0}$$

ahora usaremos la propiedad de que el potencial es continuo.

$\Rightarrow$ ∴ igualamos (***) con (**) evaluado en a.

$$-Ka^2 = -\frac{a^2}{6\varepsilon_0}\rho_0 + C_1 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{C_1 = a^2\left(\frac{1}{6\varepsilon_0} - K\right)}$$

por ultimo usamos continuidad con (0) y (*) evaluado en b para calcular σ_2.

$$Kb^2 + \frac{a^3\rho_0}{3b\varepsilon_0} + \frac{\sigma_1 a^2}{b\varepsilon_0} + \frac{(b^3-a^3)\rho}{3b\varepsilon_0} = -\frac{\sigma_2 b^2}{b\varepsilon_0}$$

y se despeja σ_2 !

P4 Lo que haremos será usar el principio de superposición considerando primero la esfera completa (sin la burbuja) y luego le sumaremos el campo que produciría la burbuja si tuviera la misma densidad de carga pero de signo contrario. Entonces partiendo por el campo producido por la esfera para $r < a$:

$$\oint_S \boldsymbol{E}_e \cdot \boldsymbol{dS} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \boldsymbol{E}_e(r)\hat{\boldsymbol{r}}r^2 sin\theta d\phi d\theta = \frac{4\pi r^3\rho}{3\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{E}_e = \frac{\rho}{3\epsilon_0}\boldsymbol{r}$$

Ahora el cálculo del campo dentro de la burbuja (ubicando nuestro origen en el centro de la burbuja) es análogo al anterior por lo que tendremos:

$$\boldsymbol{E}_B = \frac{-\rho}{3\epsilon_0}\boldsymbol{r_B}$$

Por lo que el campo producido dentro de la burbuja será:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_e(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{E}_B(\boldsymbol{r_B}) \tag{5}$$

Ahora notemos que el vector $\boldsymbol{r_B} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{d}$ donde $\boldsymbol{d}$ es el vector que une el centro de la esfera con el centro de la burbuja.
Reemplazando esto en (3):

$$\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0}\boldsymbol{r} - \frac{\rho}{3\epsilon_0}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{d})$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0}\boldsymbol{d}$$