FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

FI2001-7
Mecánica
Profesor: Héctor Alarcón

Auxiliar # 20

Dinámica de Sólido Rígido

Auxiliares: Miguel Letelier & Cristóbal Zenteno

10/08/2018

Problema 1

Considere una vara ideal sin masa, de largo$L = N/b$, cuyo extremo P está fijo y que tiene N partículas iguales de masa m, todas a distancia b de la anterior y la primera a distancia b del punto P.

- Obtenga el momento de inercia en el punto P (respecto al eje perpendicular al plano).
- A partir de lo anterior obtenga el momento angular del sistema.
- Encuentre el torque total que ejerce el peso sobre el sistema de partículas y aplique la ecuación de torques para encontrar la ecuación de movimiento.
- Determine el límite del momento de inercia, momento angular y torque cuando N tiende a infinito mientras $b = L/N$ y $m = M/N$ tienden a cero pero $L = Nb$ y $M = Nm$ son fijos y finitos. En este límite obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones del sistema.

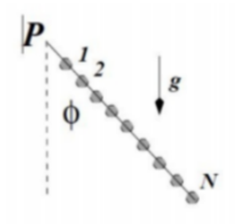

Figura 1: Problema 1

Problema 2

Se tiene un sólido homogéneno de masa M y con forma de paralelepípedo de dimensiones (a, b, c) con $a < b < c$

- Calcule su matriz de inercia respecto al centro de masas.
- Suponiendo que, debido a la gravedad, el sólido puede oscilar en torno a cada una de sus tres aristas si éstas se disponen de forma horizontal, determine las frecuencias de pequeñas oscilaciones para cada uno de esos casos.

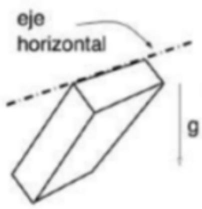

Figura 2: Problema 2

Problema 3

Sea una caja con momentos de inercia $I_1 < I_2 < I_3$ respecto a los ejes principales de rotación, es decir, con un sistema coordenado medido desde el centro de masas de la caja. La idea del problema es mostrar que, en ausencia de gravedad, las rotaciones en torno al eje 2 son inestables, mientras que las otras resultan estables.

- Mostrar que en un sistema no inercial rotacional en ausencia de torques externos, se tiene:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{L} = 0$$

  Y desarrollar la expresión.

- Suponga que se hace girar el sólido en torno al eje de inercia I_2 con velocidad angular constante $\omega_2 = \Omega$. Mostrar que al perturbar la rotación del sólido en los otros ejes, el movimiento es inestable.
- Repita lo anterior pero tomando constante cualquier otro eje y mostrar que al perturbar la rotación el movimiento es estable.

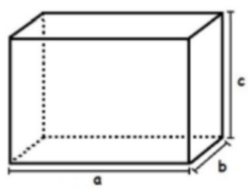

Figura 3: Problema 3