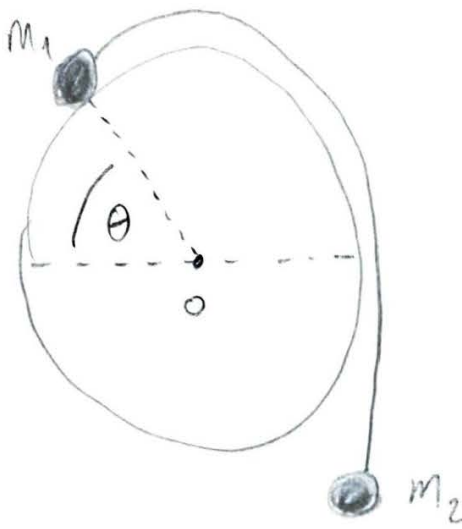


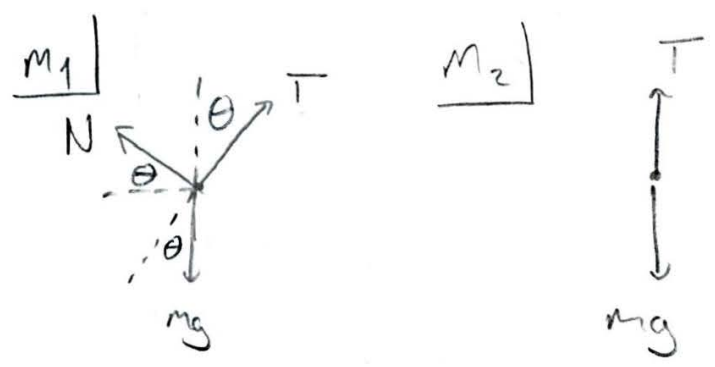
PAUTA C1

P1



Definimos eje $\hat{x}$ hacia la izquierda y eje $\hat{y}$ hacia arriba, tal que θ crece en sentido horario.

DCL



Ecuaciones de movimiento

$$m_1 \quad \vec{N} + \vec{T} + m\vec{g} = m_1 \ddot{\vec{r}}_1$$

$$(N - m_1 g \sin \theta) \hat{\rho} + (T - m_1 g \cos \theta) \hat{\theta} = m_1 (-R \dot{\theta}^2 \hat{\rho} + R \ddot{\theta} \hat{\theta})$$

$$m_2 \quad \vec{T} + m\vec{g} = m_2 \ddot{\vec{r}}_2$$

$$(T - m_2 g) \hat{y} = m_2 \ddot{y} \hat{y}$$

b) Las masas están atadas $\rightarrow$ sus velocidades son iguales

$$\dot{\vec{r}}_1 = \dot{\vec{r}}_2 \Leftrightarrow R \dot{\theta} = -\dot{y} \Rightarrow R \ddot{\theta} = -\ddot{y}$$

Lado derecho con signo menos $\rightarrow$ porque cuando θ crece, m_2 baja

Reemplazando en $(m_2) \rightarrow T = m_2 (-R \ddot{\theta} + g)$

De $(m_1) \hat{\theta}$ despejamos $R \ddot{\theta} = \frac{T}{m_1} - g \cos \theta$, y reemplazamos

$$T = -\frac{m_2}{m_1} T + m_2 g \cos \theta + m_2 g$$

$$\Rightarrow T = m_2 g \frac{(1 + \cos \theta)}{(1 + \frac{m_2}{m_1})} = m_1 m_2 g \frac{(1 + \cos \theta)}{m_1 + m_2}$$

c) Tenemos $R\ddot{\theta} = \frac{T}{m_1} - g \cos \theta$

$$R \dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{d\theta} = m_2 g \frac{(1 + \sin \theta)}{(m_1 + m_2)} - g \cos \theta$$

$$R \dot{\theta} d\dot{\theta} = g \left[\frac{m_2}{m_1 + m_2} - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cos \theta \right] d\theta \quad / \int$$

$$R \frac{\dot{\theta}^2}{2} = \frac{g}{m_1 + m_2} \left[m_2 \theta - m_1 \sin \theta \right] + C$$

↳ Condiciones iniciales $\theta_0 = 0 \quad \dot{\theta}_0 = 0$

$$0 = C$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}^2(\theta) = \frac{2g}{R(m_1 + m_2)} \left[m_2 \theta - m_1 \sin \theta \right]$$

d) En $(m_1)\hat{\theta}$ reemplazamos $\dot{\theta}^2$ e imponemos $N=0$ ($N - m_1 g \sin \theta = -m_1 R \dot{\theta}^2$)

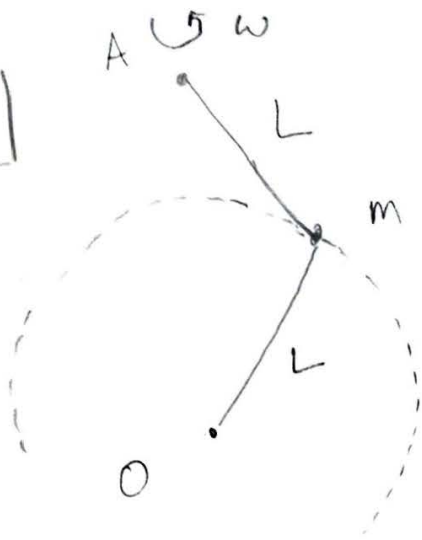
$$-m_1 g \sin \theta = - \frac{2m_1 g}{m_1 + m_2} \left[m_2 \theta - m_1 \sin \theta \right]$$

$$\sin \theta \left[1 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right] = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \theta$$

$$\sin \theta = \frac{2m_2}{3m_1 + m_2} \theta$$

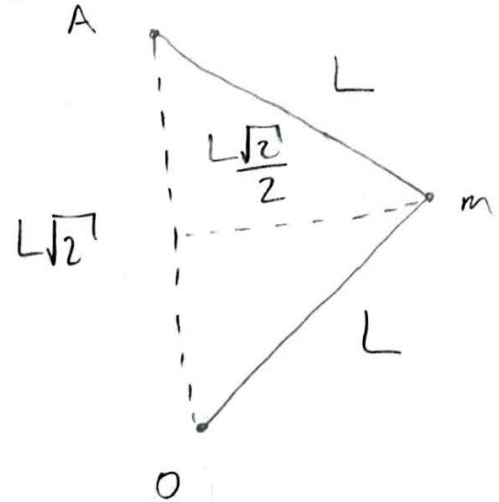
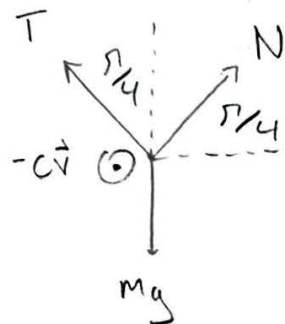
La solución de esta ecuación es el ángulo en que la masa 1 se despega

P2)



Ya que el largo de la cuerda y el radio de la esfera son iguales, la masa se moverá siempre en una circunferencia de radio $L\frac{\sqrt{2}}{2}$ ubicada a una altura $L\frac{\sqrt{2}}{2}$ sobre O

En esta circunferencia de fijamos coordenadas cilíndricas:



$$-mL\frac{\sqrt{2}}{2}\ddot{\theta}^2\hat{r} + mL\frac{\sqrt{2}}{2}\ddot{\theta}\hat{\theta} = (-T\sin\frac{\pi}{4} + N\cos\frac{\pi}{4})\hat{r} + (T\cos\frac{\pi}{4} + N\sin\frac{\pi}{4} - mg)\hat{z} - cL\frac{\sqrt{2}}{2}\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\text{De } (\hat{z}) \quad 0 = T\frac{\sqrt{2}}{2} + N\frac{\sqrt{2}}{2} - mg \Rightarrow T = \frac{2mg}{\sqrt{2}} - N$$

Reemplazando en $(\hat{r})$ y $(\hat{\theta})$ tenemos las ecuaciones escalares

$$(\hat{r}) \quad -mL\dot{\theta}^2 = 2N - \frac{2mg}{\sqrt{2}}$$

$$(\hat{\theta}) \quad m\ddot{\theta} = -c\dot{\theta}$$

a) Primero obtenemos $\dot{\theta}(0)$ imponiendo $N=0$ en $(\hat{r})$

$$\dot{\theta}_0^2 = \frac{2g}{\sqrt{2}L}$$

Ahora en $\hat{\theta}$ tenemos $m\ddot{\theta} = -c\dot{\theta} \quad / \int dt$

$$m\dot{\theta} = -c\theta + C_{te} \rightarrow \text{Condición inicial } \theta_0 = 0, \dot{\theta}_0 = \sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}}$$

$$\Rightarrow C_{te} = \sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}} \cdot m$$

$$\dot{\theta}(\theta) = \sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}} - \frac{c}{m}\theta$$

b) Reemplazamos $\dot{\theta}(\theta)$ en $(\hat{r}) = mL \left[\sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}} - \frac{c}{m}\theta \right]^2 = 2N - \frac{2mg}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow N(\theta) = \frac{mg}{\sqrt{2}} - \frac{mL}{2} \left[\sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}} - \frac{c}{m}\theta \right]^2$$

$$T(\theta) = \frac{mg}{\sqrt{2}} + \frac{mL}{2} \left[\sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}} - \frac{c}{m}\theta \right]^2$$

c) Para encontrar el ángulo total imponemos $\dot{\theta} = 0$ en $\dot{\theta}(\theta)$

$$0 = \sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}} - \frac{c}{m}\theta_{TOT} \Rightarrow \theta_{TOTAL} = \frac{m}{c} \sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}}$$

El tiempo total es $T = \int dt = \int \frac{dt}{d\theta} d\theta = \int \frac{d\theta}{\dot{\theta}}$

$$T = \int_0^{\theta_{TOT}} \frac{1}{\sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}} - \frac{c}{m}\theta} d\theta = -\frac{m}{c} \ln \left(\sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}} - \frac{c}{m}\theta \right) \Big|_0^{\theta_{TOTAL}}$$

$$= -\frac{m}{c} \ln(0) + \frac{m}{c} \ln \left(\sqrt{\frac{2g}{\sqrt{2}L}} \right) = \infty$$

La masa se frena cuando el tiempo tiende a infinito