



Auxiliar 21: Solido Rígido + otra cosa

Fecha 13 de agosto de 2018

Prof. César Fuentes
Auxs. Byron Parra y Nicolás Parra

1. Tensor de Inercia

Considere un cubo de masa M , lado a y densidad uniforme. Calcule el tensor de inercia en los siguientes sistemas de referencia:

- En una esquina del cubo, con los ejes paralelos a sus aristas
- En el centro de masa del cubo, con los ejes paralelos a sus aristas

2. Ecuaciones de Euler

2.1. Teorema de la Raqueta de Tenis

Consideré un sólido rígido que en sus ejes principales los momentos de inercia son $I_1 \neq I_2 \neq I_3 \neq I_1$. Estudie la estabilidad de las rotaciones en torno a los ejes principales.

2.2. Cuerpo con un poco de simetría (precesión)

Consideré un cuerpo con dos de sus momentos de inercia iguales $I_1 = I_2 \neq I_3$, flotando en el espacio en ausencia de gravedad. Estudie el movimiento que puede tener el cuerpo.

3. La curva braquistócrona (cálculo variacional)

Considere un problema a minimizar (o maximizar) del tipo $I = \int L(x, \dot{x}, t) dt$.

- Usando cálculo variacional, encuentre las ecuaciones de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 0$$

- Muestre que si L no depende explícitamente del parámetro t , entonces

$$\frac{d}{dt} \left(\dot{x} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - L \right) = 0$$

- Considere dos puntos $A = (0, 0)$ y $B = (x_0, y_0)$, con B a una menor altura que A . Una partícula de masa m puede caer a lo largo de una curva que une ambos puntos bajo la acción de la gravedad. Encuentre la curva en la que la partícula llega de A hasta B en menos tiempo.