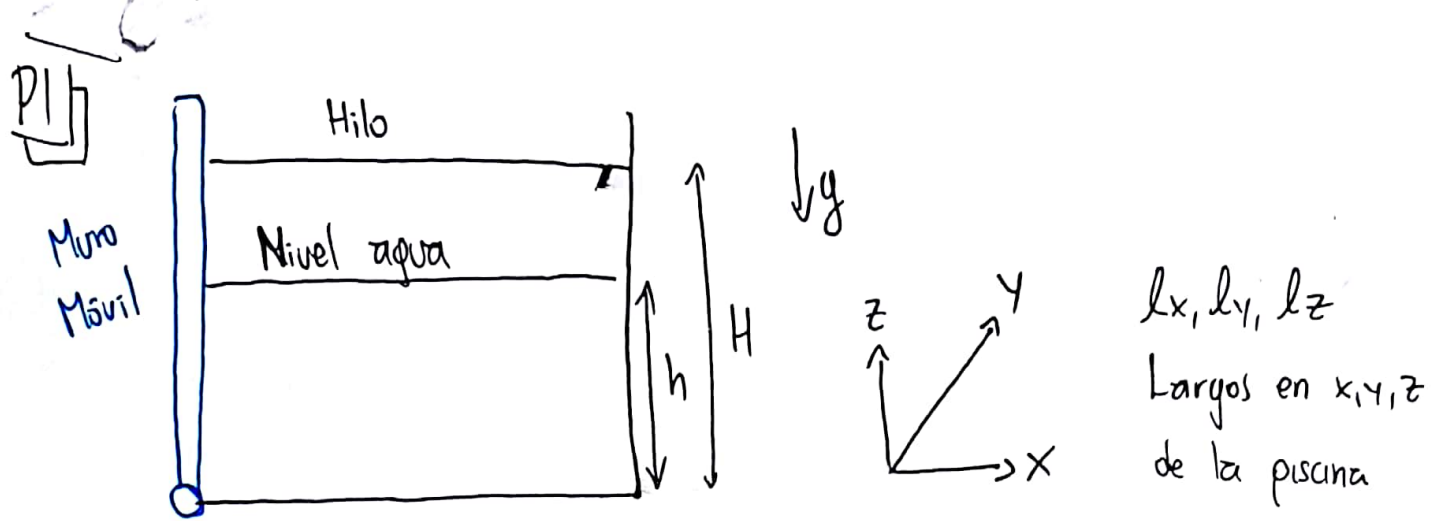




(a) Calcular fuerza sobre el muro.

i) Condiciones:

¿Aqua en reposo? //

¿Conozco densidad? //

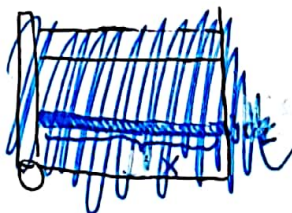
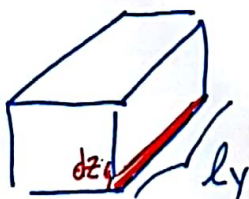
ii) Forma del problema $\Rightarrow$ Identificar

Notamos que nos interesa saber F sobre un muro vertical, plano. No conocemos sobre su inclinación, así que suponemos está perpendicular (y se tiene gracias al hilo). Entonces, es un problema que podemos abarcar, específicamente mediante el diferencial de fuerza.

Recordando del aux 12: $dF = P \cdot dA$

dA sujeto a la forma del sistema

Lo que hace este procedimiento es tomar "pedacitos" muy pequeños de área, en los cuales se cumple la relación $F = P \cdot A$:



En particular este diferencial de área ES UN ÁREA

$\Rightarrow$ Tiene ancho y largo

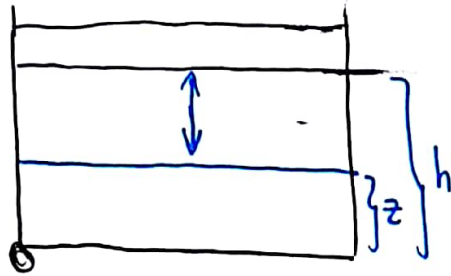
En este caso:

$$\begin{aligned} \text{Largo: } x &\Rightarrow dA = x \cdot dz \\ \text{Ancho: } dz &= l_y \cdot dz \end{aligned}$$

Con lo cual tenemos:

$$dF = P \cdot l_y \cdot dz$$

Por otro lado, conocemos que $P = \rho g \cdot \text{profundidad}$, en este caso dicha profundidad corresponderá a la diferencia entre la superficie del agua y la altura de nuestra sección (que llamaremos z):



$$\text{Profundidad} = h - z$$

Reemplazando, obtenemos:

$$dF = \rho g (h - z) l_y dz$$

$$dF = (\rho g h - \rho g z) l_y dz$$

$$dF = (\rho g h l_y - \rho g z l_y) dz$$

Como nos interesa obtener la fuerza, integramos. Este proceso es el equivalente a sumar todas las secciones transversales que podríamos hacer del mismo tamaño (Osea, una Suma de Riemman):

OBS: Integramos entre 0 y h (Toda la piscina).

$$F = \int_0^h (\rho g h l_y - \rho g z l_y) dz \quad // \text{Linealidad de } \int$$

$$F = \int_0^h \rho g h l_y dz - \int_0^h \rho g z l_y dz \quad (*)$$

$$(1): \text{Sacando ctes: } \rho g h l_y \int_0^h dz \\ = \rho g h l_y z \Big|_0^h$$

$$\text{Evaluando límites} = \rho g h l_y (h - 0) = \rho g h^2 l_y$$

$$(2): \text{Sacando ctes: } \rho g l_y \int_0^h z dz$$

$$\text{Integral de } z: \frac{z^2}{2} \Rightarrow \rho g l_y \frac{z^2}{2} \Big|_0^h$$

(2) Siguiendo la matriz...

→ Evaluando límites:

$$(2) = \rho g l x \left(\frac{h^2}{2} - \frac{0^2}{2} \right) = \rho g l x \frac{h^2}{2}$$

→ Juntando (1) y (2) en la expresión (*):

$$F = \rho g h^2 l x - \rho g l x \frac{h^2}{2}$$

$$F = \rho g h^2 l x \left(1 - \frac{1}{2} \right)$$

$$\left[F = \frac{1}{2} \rho g h^2 l x \right]$$

¡OBSERVACIÓN!: En el aux 12 llegaron a $F = L \cdot \rho_0 h + \frac{1}{2} L \cdot \rho g h^2$, donde $L = l x$. Acá no tenemos el primer término pues a fin de simplificar el análisis lo obvié, y debe estar siempre presente (de la misma forma, es constante). Corresponde a la fuerza de presión atmosférica.

$$\Rightarrow F_{\text{total}} = l x \cdot \rho_0 \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot h^2 l x$$

(6) Calcular la tensión que debe soportar el cable para mantener el muro en posición vertical.

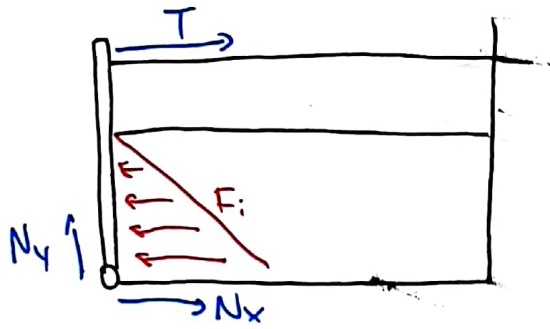
Nuevamente, primero pensamos el problema:

i) ¿Qué nos piden? Una expresión para una fuerza que está a un extremo del muro.

↳ ¿Nos conviene realizar $\sum \vec{F}$? No realmente, pues las fuerzas se aplican en puntos distintos.

↳ ¿Qué herramienta nos queda? $\sum \vec{\tau}$.

Procedemos con el análisis de torque:



$$\sum \tau = -T \cdot H + Z_{F.AGUA} = 0 \quad (+)$$

$$(\quad Z_{F.AGUA}?)$$

$$Z_{AGUA i} = \underbrace{Z_i}_{\text{brazo } i\text{-ésima}} \cdot \underbrace{F(Z_i)}_{\text{Fuerza } i\text{-ésima}} = z \cdot p(z) \cdot l_y \cdot dz$$

$$\Rightarrow Z_{AGUA} = \int_0^h z p(z) l_y dz$$

$$= l_y \cdot \int_0^h z (\rho g (h - z)) dz$$

$$= l_y \cdot \int_0^h z \rho g h dz - l_y \int_0^h z \rho g z dz$$

$$= l_y \int_0^h z \rho g h dz - l_y \int_0^h z^2 \rho g dz$$

$$= l_y \rho g h \int_0^h z dz - l_y \rho g \int_0^h z^2 dz$$

$$= l_y \rho g h \left[\frac{z^2}{2} \right]_0^h - l_y \rho g \left[\frac{z^3}{3} \right]_0^h$$

$$= l_y \rho g h \left(\frac{h^2}{2} - \frac{0}{2} \right) - l_y \rho g \left(\frac{h^3}{3} - \frac{0}{3} \right)$$

$$= \frac{l_y \rho g h^3}{2} - \frac{l_y \rho g h^3}{3}$$

$$= \frac{1}{6} l_y \rho g h^3$$

$$= \underbrace{\frac{1}{3} h}_{\text{brazo}} \cdot \underbrace{l_y \rho g h^2 \cdot \frac{1}{2}}_{\text{Fuerza (a)}}$$

Luego la ecuación resultante, imponiendo $\sum \vec{Z} = 0$ pues no gira:

$$0 = -H \cdot T + F_e \cdot \text{brazo}$$

$$0 = -H \cdot T + Z_{\text{agua}}$$

$$0 = -H \cdot T + \frac{1}{6} h^3 \gamma \rho g$$

$$\Rightarrow TH = \frac{1}{6} h^3 \gamma \rho g$$

$$\Rightarrow \left[T = \frac{\gamma \rho g h^3}{6H} \right]$$

(c) Reacción horizontal R_x , hacemos suma de fuerzas en X (pues para el torque la normal no influye):

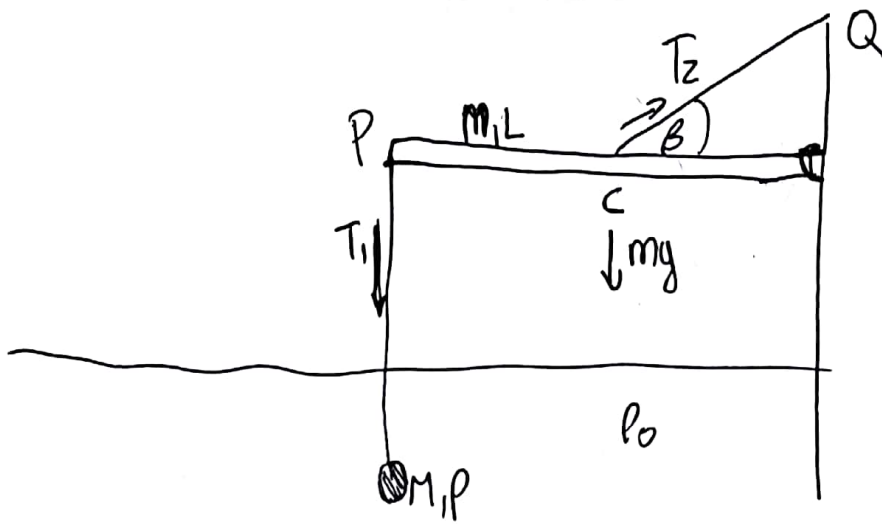
$$\sum F_x : R_x - F_{\text{agua}} + T = 0$$

$$R_x - \frac{1}{2} \gamma \rho g h^2 + \frac{\gamma \rho g h^3}{6H} = 0$$

$$R_x = \frac{\gamma \rho g h^2}{2} - \frac{\gamma \rho g h^3}{6H}$$

$$R_x = \frac{1}{2} \left(\gamma \rho g h^2 \left(1 - \frac{h}{3H} \right) \right)$$

P21



Determinar la tensión en la cuerda (T_2)

Intuición: Torque. Tenemos una barra con distintos puntos de fuerza: Una conocida (Peso), una que podemos calcular (Empuje) y la que nos interesa (Tensión T_2).

El empuje se verá reflejado, por acción-reacción, como la fuerza en la tensión T_1 . Encontramos este valor:



$$\text{Empuje} = \rho_f \cdot V \cdot g \quad \text{Conocido} /$$

Fluido, ρ_f /

$$V = \frac{M}{\rho_{\text{obj}}} = \frac{M}{\lambda \rho_0}$$

$$E = \rho_0 \cdot \frac{M g}{\lambda} = \frac{M g}{\lambda}$$

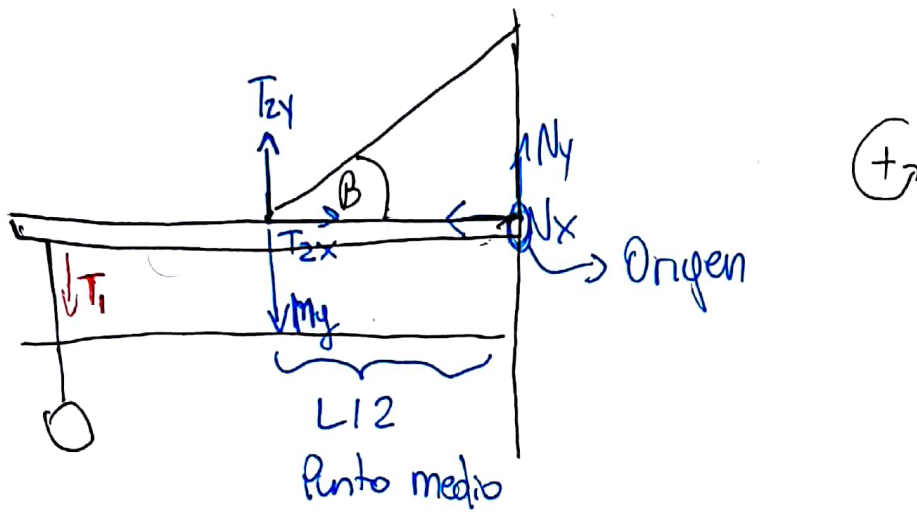
$\Rightarrow \sum \vec{F}$, imponiendo $\vec{a} = 0$:

$$T + E = -Mg$$

$$T = -Mg - \frac{Mg}{\lambda}$$

$$T_1 = \frac{-\lambda Mg - Mg}{\lambda} = \frac{Mg(-\lambda - 1)}{\lambda}$$

$\Rightarrow$ Ahora conociendo T_1 podemos realizar $\sum \vec{\tau}$, esta vez imponemos $\vec{\alpha} = 0$:



$$\sum \tau : T_1 L - T_2 \frac{L}{2} + mg \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$\sum \tau_x$: No nos interesa

$$\sum \tau_y : T_1 L - T_2 \frac{L}{2} \sin \beta + mg \frac{L}{2} = 0$$

$$T_2 \frac{L}{2} \sin \beta = T_1 L + mg \frac{L}{2}$$

$$\left[T_2 = \left(T_1 + \frac{mg}{2} \right) \frac{2}{\sin(\beta)} \right]$$