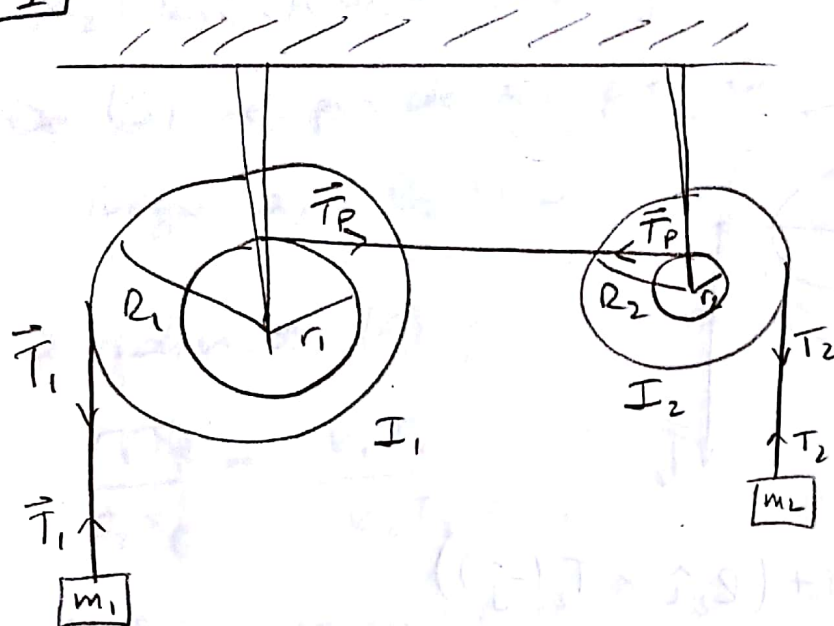


P1

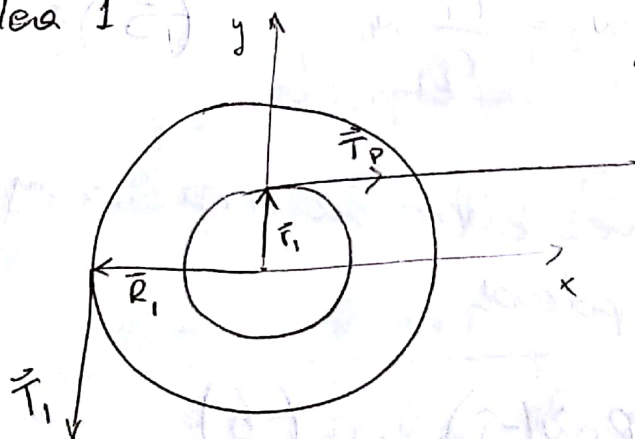


Ecuaciones de movimiento para cada cuerpo.
(como no se mueven en eje x se analiza sólo en eje y)

$$\frac{m_1 a_1 = T_1 - m_1 g}{(1)} \quad \text{lo mismo para } m_2 \quad \frac{m_2 a_2 = T_2 - m_2 g}{(2)}$$

Se analiza torques en poleas.

Polea 1



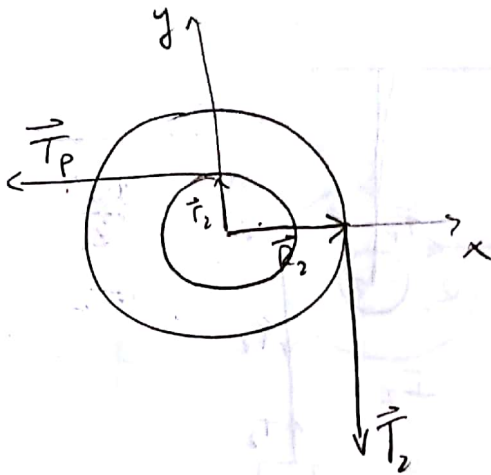
$$\sum \vec{\tau} = (r_1 \hat{j}) \times (T_P \hat{i}) + (R_1 (-\hat{i}) \times T_1 (-\hat{j}))$$

recordar regla mano derecha.

$$\sum \vec{\tau} = -r_1 T_P \hat{k} + R_1 T_1 \hat{k}$$

$$= I_1 \ddot{\omega}_1 \hat{k}$$

polea 2.



$$\sum \vec{\tau} = (r_2 \hat{j} \times T_P (-\hat{i})) + (r_2 \hat{i} \times T_2 (-\hat{j}))$$

$$= r_2 T_P \hat{k} + r_2 T_2 (-\hat{k}) = I_2 \dot{\omega}_2 \hat{k}$$

$$\Rightarrow \underline{I_2 \dot{\omega}_2 = r_2 T_P - r_2 T_2} \quad (4)$$

$$\underline{I_1 \dot{\omega}_1 = r_1 T_1 - r_1 T_P} \quad (3)$$

Hay que notar que la distancia que recoge la polea 1 es la misma que la polea 2, con respecto a la cuerda entre ellos.

$$\boxed{r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2} \Rightarrow \underline{\omega_2 = \frac{r_1}{r_2} \omega_1} \quad (5)$$

Notar también, relaciones entre aceleraciones de los cuerpos y de poleas.

$$\underline{\vec{a}_1 = r_1 (-\hat{i}) \times \dot{\omega}_1 \hat{k} = r_1 \dot{\omega}_1 (-\hat{j})} \quad (6)$$

$$\vec{a}_2 = R_2(\hat{r}) \dot{w}_2 \hat{k} = R_2 \dot{w}_2 \hat{j}$$

De (5) se puede ver que $\dot{w}_2 = \frac{r_1}{r_2} \dot{w}_1$

$$\text{luego } a_2 = R_2 \frac{r_1}{r_2} \dot{w}_1 = R_2 \frac{r_1}{r_2} \left(-\frac{a_1}{R_1} \right) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{r_1}{r_2} a_1$$

Dividimos (4) y (3) para sacar TP de la ecuación.

$$\frac{r_1 T_R}{r_2 T_R} = \frac{R_1 T_1 - I_1 \dot{w}_1}{R_2 T_2 + I_2 \dot{w}_2}$$

$$r_1 R_2 T_2 + r_1 I_2 \dot{w}_2 = r_2 R_1 T_1 - r_2 I_1 \dot{w}_1$$

reemplazamos las tensiones.

$$r_1 R_2 (m_2 a_2 + m_2 g) + r_1 I_2 \dot{w}_2 = r_2 R_1 (m_1 a_1 + m_1 g) - r_2 I_1 \dot{w}_1$$

reemplazamos $\dot{w}_2$

$$r_1 R_2 (m_2 a_2 + m_2 g) + r_1 I_2 \frac{r_1}{r_2} \dot{w}_1 = r_2 R_1 (m_1 a_1 + m_1 g) - r_2 I_1 \dot{w}_1$$

reemplazamos $\dot{w}_1$ por $-\frac{a_1}{R_1}$

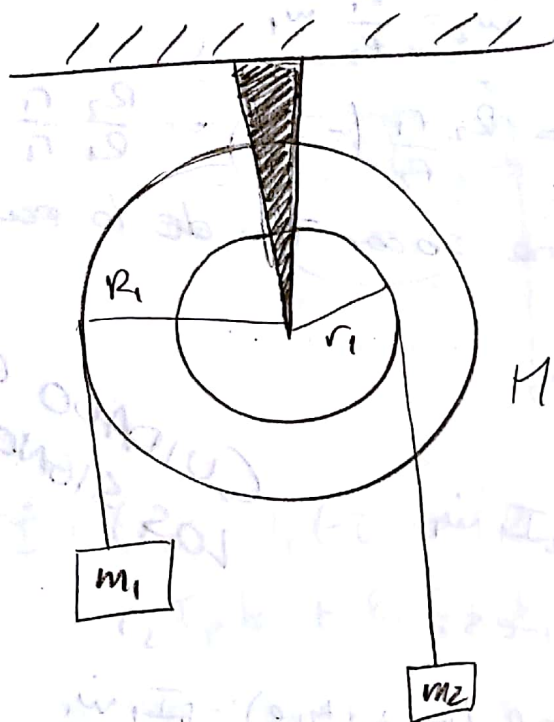
$$r_1 R_2 m_2 a_2 + r_1 R_2 m_2 g - \frac{I_2 r_1^2}{r_2 R_1} a_1 = r_2 R_1 m_1 a_1 + r_2 R_1 m_1 g + \frac{r_2 I_1}{R_1} a_1$$

agrupamos y reemplazamos a_2

$$\left(-\frac{I_2 r_1^2}{r_2 R_1} - I_1 \frac{r_2}{R_1} - r_2 R_1 m_1 \right) a_1 + r_1 R_2 m_2 \left(-\frac{R_2 r_1}{R_1 r_2} a_1 \right) = g (r_2 R_1 m_1 - r_1 R_2 m_2)$$

$$a_1 = \frac{g (r_1 R_2 m_2 - r_2 R_1 m_1)}{\frac{I_2 r_1^2}{r_2 R_1} + I_1 \frac{r_2}{R_1} + r_2 R_1 m_1 + \frac{R_2 r_1^2}{R_1 r_2} m_2} \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

P21



M, I

repositor
polyfit (t, ϕ_1, ϕ_2)
↑ tiempo ↑ datos
↑ grado

$at^2 + bt + c$
XX YY ZZ

- Plantear ecuaciones de movimiento por cada cuerpo.

- Plantear ecuación de torque de polea.

Tener cuidado con signos!

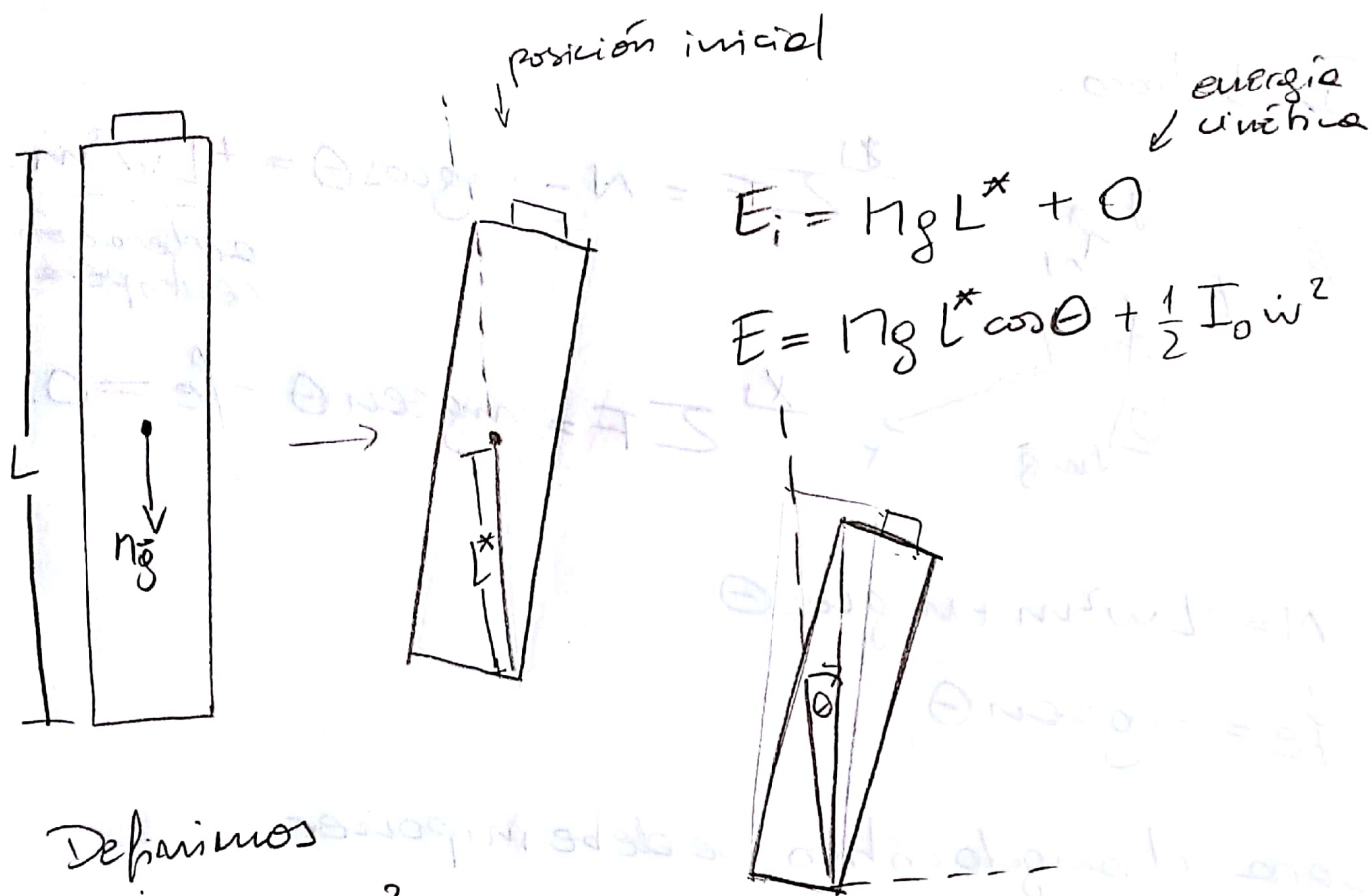
para eso hay que expresar bien el producto vectorial (producto cruz)

REGLA MANO DERECHA.

$$\underline{\sum \vec{\tau} = I \dot{\omega} \hat{k}}$$

relaciones geométricas entre variables.

Luego despejar variable que necesito en función de los datos.



Definimos

$$I_0 = M L^{*2} + I_{cm}$$

por Steiner.

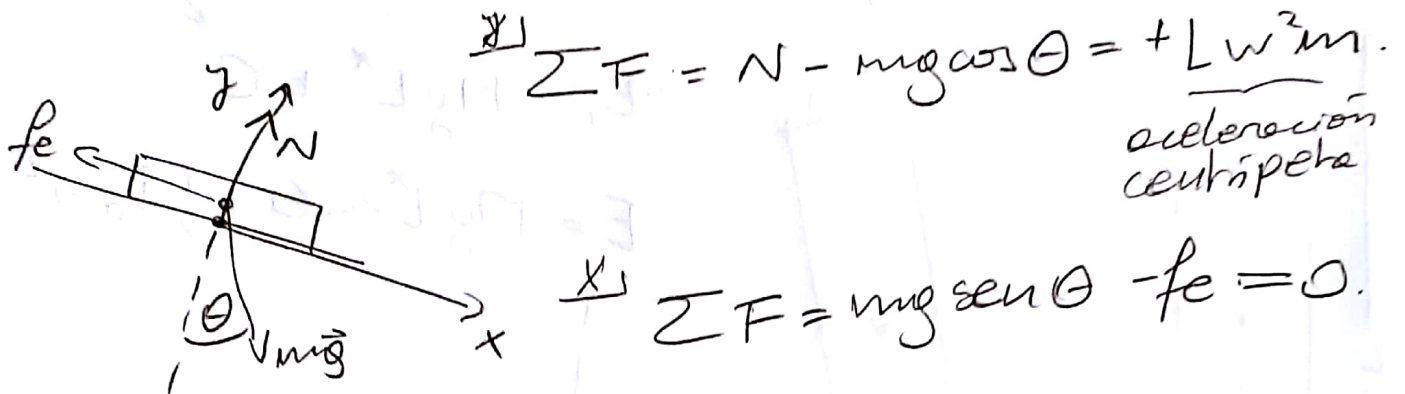
L^* se define geométicamente conociendo el ancho.

A partir de la energía se puede despejar la velocidad

$$\omega^2 = \frac{-M g L^* \cos \theta + M g L^*}{I_0} \cdot 2 = \frac{2 M g L^* (1 - \cos \theta)}{I_0}$$

la aceleración centrípeta en el extremo del libro es $\underline{y' = L \omega^2}$

DCL libro.



$$\sum F_z = N - mg \cos \theta = + \underbrace{L \omega^2 m}_{\text{aceleración centrípeta}}$$

$$\sum F_x = mg \sin \theta - f_e = 0.$$

$$N = L \omega^2 m + mg \cos \theta$$

$$f_e = mg \sin \theta$$

para el ángulo crítico se debe imponer

$$f_e = \mu N.$$

$$\Rightarrow mg \sin \theta = \mu L \omega^2 m + \mu mg \cos \theta$$

$$g(\sin \theta - \cos \theta) = \mu L \omega^2$$

Reemplazamos ω^2

$$g \sin \theta - g \cos \theta = \mu L \frac{I_0^*}{I_0} \frac{(1 - \cos \theta)}{2}$$

$$I_0 \sin \theta - I_0 \cos \theta = \mu L L^* \eta - \mu L L^* \eta \cos \theta$$

$$\cos \theta (\mu L L^* \eta - I_0) = \mu L L^* \eta - I_0 \sin \theta.$$

$$\frac{\sin \theta - \cos \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{\mu L L^* \eta}{I_0}.$$