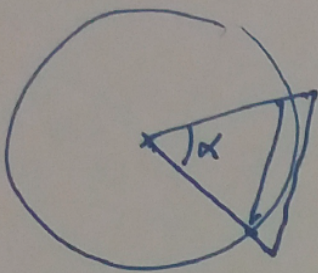


Problema #1, Ej. #2, Marzo 27/2018

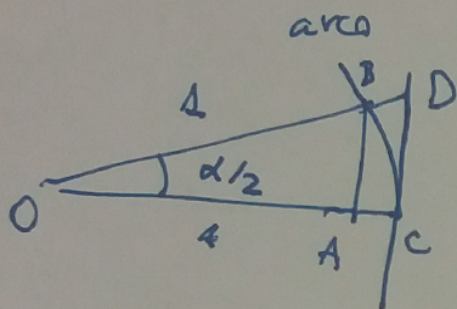
Comparar las áreas de un polígono regular de N lados, inscrito y circunscrito con el área de la circunferencia encerrada entre ellos.



$$N\alpha = 2\pi, \quad \alpha = \frac{2\pi}{N} \quad (\otimes)$$

Es más corto considerar el triángulo rectángulo y una

⊗ de radio unitario.



$$\Delta OAB = \frac{1}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\Delta OCD = \frac{1}{2} \tan \frac{\alpha}{2} \cdot 1$$

$$(|\overline{OC}| = |\overline{OB}| = 1)$$

Para α fínito, se suman $(2N)$ veces los dos triángulos calculados. //

Si α es pequeño

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{1}{3!} \alpha^3 + \frac{1}{5!} \alpha^5 - \dots \approx \alpha + O(\alpha^3)$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \dots \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} + O(\alpha^4)$$

$$\cos \alpha \approx \frac{\alpha}{2} \quad \text{si } \alpha \ll 1$$

pero $(1+x)^p = 1 + px + \frac{p(p-1)}{2!} x^2 + \dots$ si $x \ll 1$

si $p = -1$ y $x = \frac{\alpha}{2} \ll 1$

$$\frac{1}{(1 - \frac{\alpha}{2})} \approx 1 + \frac{\alpha}{2} + O(\alpha^2)$$

$$\Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right) \approx \frac{\alpha}{2}$$

En este caso

Inscrito $\rightarrow \Delta OAB \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot 1 + O(\alpha^3) \approx \frac{\alpha}{4}$

Circunscrito $\rightarrow \Delta OCD \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha}{2} + O(\alpha^3) \approx \frac{\alpha}{4}$

El área total de estos polígonos regulares de N lados es

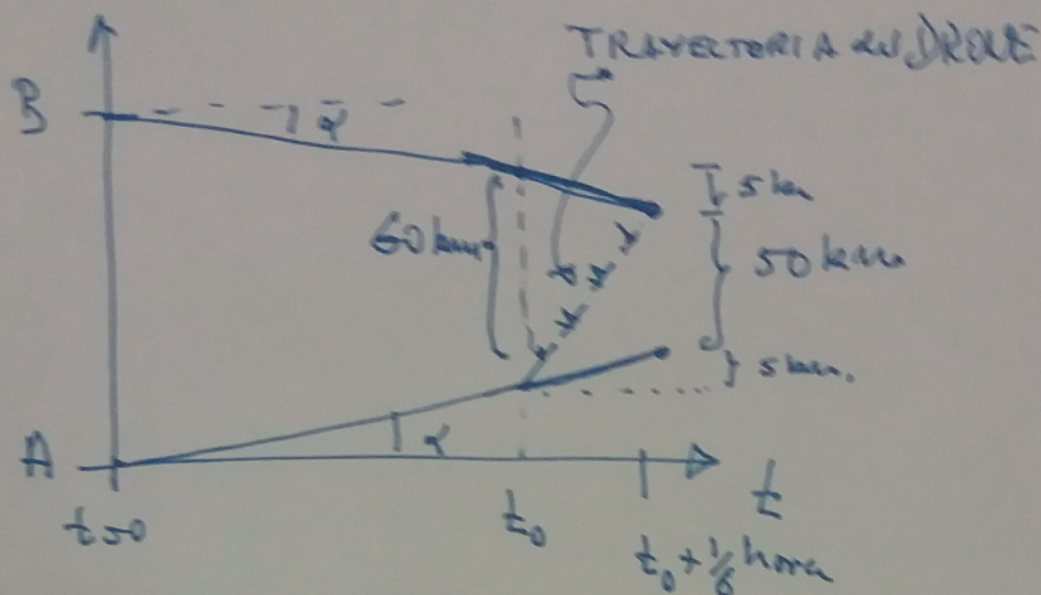
$$A_{\text{polig}} = (2N) \cdot \frac{\alpha}{4} = N \frac{\alpha}{2} \stackrel{D_0(R)}{=} N \frac{2\pi}{N} \cdot \frac{1}{2} = \pi$$

Área sector circular: $\pi R^2 = 2\pi \left(\frac{R^2}{2}\right) = \pi \quad (R=1)$

Las áreas son iguales o mejor "las ^{áreas de los} polígonos regulares de N lados tienden al mismo valor que el área del círculo.

Problema #2

a. Gráficos



b. El tren viaja $\frac{1}{6}$ hora ≈ 10 minutos
 tiene una vel. $30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \Rightarrow D_B = 30 \cdot \frac{1}{6} = 5 \text{ km}$

A recorre la MISMA distancia

$D_A = 5 \text{ km.} \Rightarrow A$ y B están separados
 por 50 km

c. El DRONE, de acercarlo a la figura
 viaja una distancia de $(60 \text{ km} - 5 \text{ km})$
 esto en un tiempo $\frac{1}{6}$ hora

$$\text{vel} \equiv \text{Rapidez} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{55}{\frac{1}{6}} = 330 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$