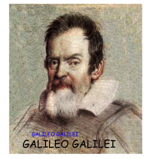
FISICA
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Profesor
Nelson Zamorano
Ayudantes
Belén Lequepi
María José Chacón
Prof. Auxiliares
Amparo Guevara
Rocío González
Rodrigo Monsalves

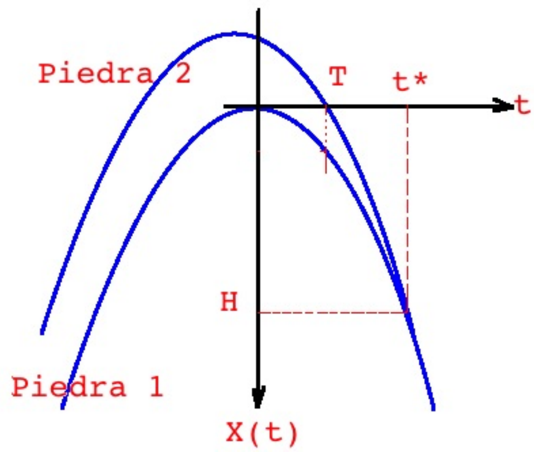
PRÁCTICO # 3 NOMBRE:

PROBLEMA # 1

Desde un puente de altura **H** m, se deja caer una piedra. **T** segundos más tarde se arroja verticalmente hacia abajo una segunda piedra. Ambas llegan simultáneamente a la superficie del río.

¿Cual es el valor de la velocidad inicial comunicada a la segunda piedra? Desprecie el roce del aire.

SOLUCIÓN



DATOS GENERALES: $\mathbf{a}_o = g$, H, T.

Piedra 1 :

$$\mathbf{V}_1(t=0) = 0, \quad \mathbf{X}_1(t=0) = 0.$$

Piedra 2 :

$$\begin{array}{ll} 0 \le t \le T, & \mathbf{X}_2(t) = 0. \\ T \le t, & \mathbf{X}_2(t=T) = 0. \\ \mathbf{X}_2(t) = & U_0(t-T) + \frac{1}{2} g (t-T)^2. \end{array}$$

Comprobamos que para $t = T$: $\mathbf{X}_2(t=T) = 0$.

INCÓGNITAS:

Definimos $\mathbf{V}_2(t=T) \equiv \mathbf{U}_0 =$ incógnita. Además $\mathbf{t^*} \equiv$: tiempo que tarda la **Piedra 1** en tocar la superficie agua.

Tenemos dos incógnitas en este problema.

Estrategia:

Como ambas trayectorias están expuestas a la misma aceleración **g**, La forma de la parábola para cada una de ellas es la misma. Sólo difieren en los puntos donde cortan al eje coordenado $\mathbf{X} = 0$. La parábola correspondiente a la **Piedra 2** se debe ajustar para cortar el eje $\mathbf{X} = 0$ en $(t = T)$ y $\mathbf{X}_2(t{=}T) = 0)$.

La otra condición es que en el instante t^*, **ambas** estén simultáneamente tocando la superficie del agua en el mismo lugar.

Ecuaciones:

El tiempo que tarda la **Piedra 1** en tocar la superficie del agua se calcula a partir de la ecuación de itinerario:

$$x_1(t) = \frac{1}{2} g\, t^2 \Rightarrow H = \frac{1}{2} g\,(t^{*2}) \Rightarrow t^* = \left[\frac{2H}{g}\right]^{1/2}.$$

Ambas partículas se encuentran al tocar el agua. Esta es la condición impuesta en este problema:

$$X_2(t^*) = U_0 \cdot (t^* - T) + \frac{1}{2} g (t^* - T)^2 = \frac{1}{2} g\, t^{*2},$$

desarrollando este término

$$U_0 \cdot (t^* - T) + \frac{1}{2} g\, t^{*2} - \frac{1}{2} g\, 2 t^* T + \frac{1}{2} g\, T^2 = \frac{1}{2} g\, t^{*2}.$$

Despejando $\mathbf{U}_0$ de esta ecuación,

$$U_0 \cdot (t^* - T) = g\, t^* T - \frac{1}{2} g\, T^2,$$

$$u_0 = g\,T\,\frac{\left[t^* - \frac{1}{2}T\right]}{t^* - T} = g\,T\,\frac{\left[\sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{1}{2}T\right]}{\left[\sqrt{\frac{2H}{g}} - T\right]}.$$

Comprobamos que tenga las dimensiones correctas

$$[g][T] = \left[\frac{L}{T^2}\right]\cdot T = \left[\frac{L}{T}\right].\ \text{Además}\ \left[\frac{2H}{g}\right] = \frac{[L]}{\left[\frac{L}{T^2}\right]} = [T]^2.$$

Note que si $T = \sqrt{\frac{2H}{g}} \equiv t^*$, no existe solución. La piedra 2 debe ser lanzada con velocidad infinita puesto que permanece detenida hasta que la primera toca el agua.

Ejercicio Relacionado: el enunciado de este problema se puede plantear (con la misma solución) de la forma siguiente: ¿Desde qué altura sobre el puente puede Ud. lanzar la **Piedra 2** y con qué velocidad inicial, para que alcance a tocar el agua al mismo tiempo que la **Piedra 1** que, al igual que en el problema recién resuelto, se dejó caer desde el puente?

Solución: Prolongue la parábola de la **Piedra 2** e interprete físicamente las constantes.

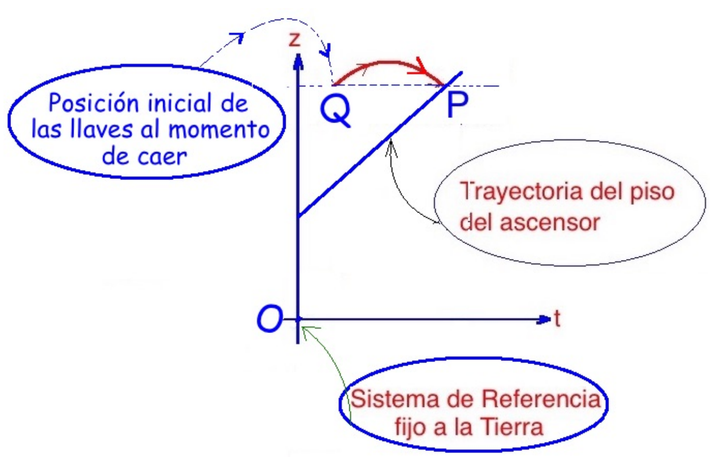
Pregunta: ¿ Todos los problemas donde la aceleración sea **g** y se traten de dos partículas, pueden tratarse en base al traslado de la parábola (como se operó acá)?

PROBLEMA # 2

Un profesor viaja en un ascensor que sube con velocidad constante dada. En un descuido, al profesor se le escapan las llaves de su mano. En este caso ocurre que al llegar al piso del ascensor, las llaves se encuentran a la misma altura que en el instante en que se desprendieron de la manos del profesor.

En un mismo gráfico ilustre cualitativamente, la trayectoria de las llaves y la del piso del ascensor. Justifique sus decisiones o no tendrá crédito.(Extraído del libro de Mazur).

OJO: En ambos casos, bosqueje su estrategia o cómo atacará el problema. No más de tres líneas. Sea específico!



El piso del ascensor viaja con rapidez constante. Su gráfico es entonces una línea recta donde se ubica el punto **P**.
El origen de coordenadas representa la posición del piso del edificio con **z=0**, fijo.
La parábola, caracterizada por la aceleración de gravedad **g**, indica la caída libre de las llaves después que se sueltan desde la mano del profesor.
La condición que debe cumplirse es que la tangente en dicho punto **Q** a la trayectoria de las llaves (la parábola) debe ser **la misma** que la del piso del ascensor. Es obvio, si piensa que las llaves viajaban con la misma velocidad del piso.
Al tocar el piso del ascensor,(punto **P**), ambos se encuentran a la misma altura desde donde empezaron a caer las llaves un tiempo antes.

Pregunta: ¿Esta es una situación normal o muy especial? La pregunta escrita en forma matemática: ¿existen muchas soluciones o solo una?