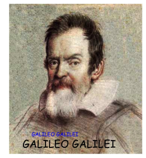
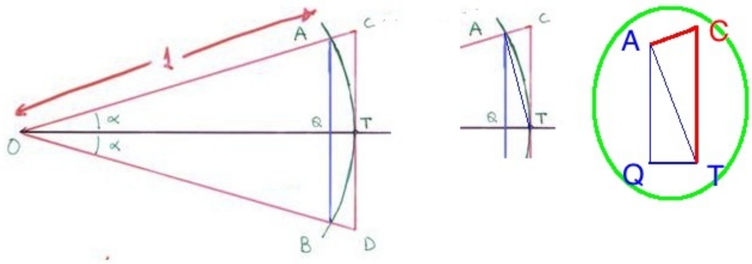
FISICA
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Profesor Nelson Zamorano
Aydtes. Belén Lequepi
Ianiv Hojman
Profs. Aux. Pilar Guevara
Iván Rosas
Nicolás Vera

PRÁCTICO # 2 NOMBRE:

PROBLEMA # 1



A partir de la Figura compare el largo de la recta **TA** (la linea recta trazada en diagonal desde **T**) con la longitud del trazo **TC**, que subtiende el ángulo α.

a.- Para compararlos, evalúe estos dos largos en función del ángulo α.

b.- Demuestre que hasta orden α^3, se cumple que $\tan\alpha \simeq \alpha + \dfrac{\alpha^3}{3} + O(\alpha^5)$.

Use $\tan\alpha = \operatorname{sen}\alpha/\cos\alpha \simeq [\alpha - \alpha^3/6]/[1 - \alpha^2/2]$. ¿Por qué?

Comparar hasta orden α^3 quiere decir que desecha las potencias mayores de α, como α^4, α^5...

c.- En seguida, suponiendo que $\alpha << 1$, compare estos largos hasta orden α^3 y decida cuál es el mayor.

IMPORTANTE

Antes de empezar a calcular escriba (en tres líneas!) el procedimiento que usará. Por ejemplo, qué calculará primero y porque y cómo desde ese cálculo obtendrá los resultados pedidos.

ESTRATEGIA:

Se trata de expresar los trazos QT, AT, AQ en funciones trigonométricas: senα, cosα y tanα . Hecho esto procedemos a usar las aproximaciones de estas funciones para el caso que $\alpha << 1$, despreciando potencias superiores a α^3.

$$(AT)^2 = (QT)^2 + (AQ)^2 \equiv (1-\cos\alpha)^2 + \sin^2\alpha = 2(1-\cos\alpha)$$

Por otra parte, el segmento perpendicular al eje x

$$TC = \tan\alpha \simeq \alpha + \frac{\alpha^3}{3} \qquad \text{(Resultado de la parte b)}$$

Como $\alpha <<1$ $\quad (AT)^2 \simeq 2(1 - [1 - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{24}]) = \alpha^2 - \frac{\alpha^4}{12}$. De modo que

$$AT \sim \alpha\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{12}} \approx \alpha - \frac{\alpha^3}{24}, \qquad TC \simeq \alpha + \frac{\alpha^3}{3}.$$

De esta forma probamos que TC $>$ AT. La diferencia entre estos dos segmentos es muy pequeña, del orden de α^3. Esto era de esperar puesto que, como demostramos en el texto, ambos segmentos son iguales a primer orden en α, de modo que su diferencia debe reflejarse en órdenes mayores de α, tal como ocurre acá.

Como se declara en el texto, esta operación de confundir el arco con la cuerda para ángulos pequeños medidos en radianes será utilizada en el texto para resolver diferentes problemas.

Si $\alpha \sim 0,1$radianes (aproximadamente 5^o, la diferencia relativa entre estos segmentos es

$$\frac{\overline{TC} - \overline{QA}}{\overline{QA}} \approx 10^{-4}. \qquad \square$$