FI1001-4 Introducción a la Física Newtoniana
Profesora: Daniela Mancilla
Auxiliares: Benjamín Pérez, Karín Sánchez, Pablo Zúñiga

Pauta P2 Control 3

a) **Encontrar v_A en términos de l_0, k, m, tal que la reacción normal del piso sobre el bloque en el punto B se anule.**

El ejercicio se resolvera utilizando conservación de energía. **En el tramo A**$_B laenergíaseconserva.$

- Energía en A:

$$E_A = \frac{1}{2}mv_A^2 \tag{1}$$

- Energía en B: es netamente energía elástica, pero se desconoce la elongación del resorte.

La siguiente figura corresponde al esquema y DCL del bloque en el punto B:

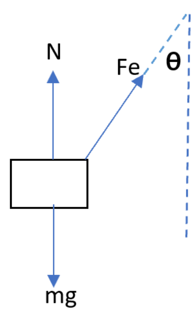

Figura 1: DCL en B

Planteando las sumatoria de fuerzas en el eje $\hat{y}$ se obtiene lo siguiente:

$$\begin{gathered} N - mg + F_e cos(\theta) = 0 \text{pero } N = 0 \\ F_e cos(\theta) = mg \end{gathered} \tag{2}$$

Se nota que el largo del resorte en el punto B es l_b, con lo que $F_e = k(l_b - l_0)cos(\theta)$. Además desde la geometría del problema cabe notar que $cos(\theta) = \frac{l_0}{l_b}$, por último se considera desde el enunciado que $k = \frac{3mg}{l_0}$. Con lo anterior la ecuación (2) se desarrolla como sigue:

$$\begin{aligned} k(l_b - l_0)cos(\theta) = mg \iff \frac{3mg}{l_0} \cdot (l_b - l_0) \cdot \frac{l_0}{l_b} &= mg \\ (1 - \frac{l_0}{l_b}) &= \frac{1}{3} \\ l_b &= \frac{3l_0}{2} \end{aligned} \tag{3}$$

De esta manera el largo l_b queda planteado en términos conocidos.

Así la energía en el punto B es:

$$E_B = \frac{1}{2}k(l_b - l_0)^2 = \frac{1}{2}k(\frac{l_0}{2})^2 = \frac{kl_0^2}{8} \tag{4}$$

Luego aplicando el principio de conservación de energía (sin fuerzas disipativas) se buscará la velocidad v_A:

$$\begin{aligned} \Delta E = E_B - E_A = 0 \\ \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{kl_0^2}{8} \end{aligned} \tag{5}$$

Con lo anterior se obtiene la siguiente velocidad:

$$\boxed{v_A^2 = \frac{kl_0^2}{4m}} \tag{6}$$

b) **b. Encuentre la altura en punto C, respecto del suelo.**

Se analiza el tramo $A - C$, en el existen fuerzas disipativas. Por lo que se cumple lo siguiente según el teorema de *Energía y Trabajo*:

$$\Delta E = E_C - E_A = W_{AC}^{F_r} \tag{7}$$

Se calcula el trabajo de la fuerza de roce tomando como referencia los siguientes esquemas:

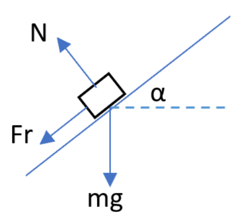

Figura 2: DCL en pista inclinada

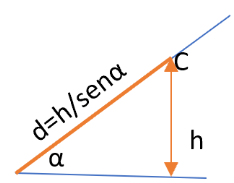

Figura 3: Tramo rugoso

Desde del DCL de la figura (2) se desprende que $N = mgcos(\alpha)$, por lo que la fuerza de roce se plantea como sigue: $F_r = \mu mgcos(\alpha)$.

Por otra parte geométricamente (fig.(3)) se obtiene que el tramo rugosos es: $d = \frac{h}{sen(\alpha)}$.

El trabajo queda como:

$$W_{AC}^{F_r} = -\mu mgcos(\alpha) \cdot d = -\mu mgcos(\alpha)\frac{h}{sen(\alpha)} = -\frac{\mu mgh}{tg(\alpha)} \tag{8}$$

La energía en C es solo potencial: $E_C = mgh$; así la eq.(7) se desarrolla como sigue:

$$E_C - E_A = mgh_c - \frac{1}{2}mv_A = W_{AC}^{F_r} \tag{9}$$

Usando parte anterior:

$$\begin{aligned} mgh_c - \frac{kl_0^2}{8} &= -\frac{\mu mgh}{tg(\alpha)} \\ mgh(1+\frac{\mu}{tg(\alpha)}) &= \frac{kl_0^2}{8} \end{aligned} \tag{10}$$

Con lo qu finalmente se obtiene la altura buscada:

$$\boxed{h = \frac{kl_0^2}{8mg(1+\frac{mu}{tg(\alpha)})}} \tag{11}$$