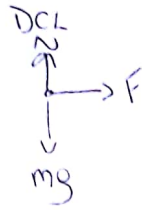
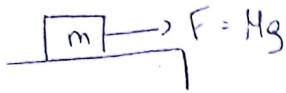


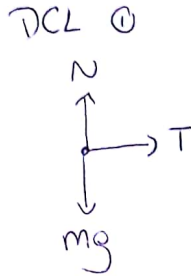
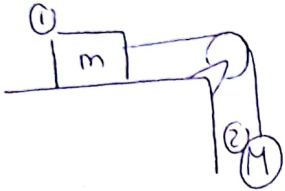
1. Estudiamos cada bloque por separado



$$\hat{x}) F = m \vec{a} \Leftrightarrow Mg = m \vec{a}$$

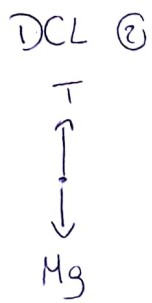
$$\hat{y}) N - mg = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{M}{m} g}$$



$$\hat{x}) T = m \cdot \vec{a} \quad *$$

$$\hat{y}) N - mg = 0$$



$$\hat{y}) T - Mg = -M \vec{a} \quad \heartsuit$$

negativo porque va bajando

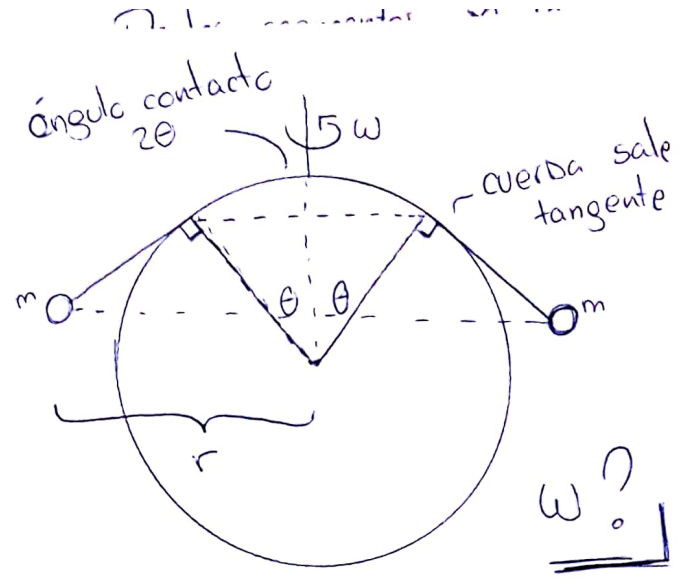
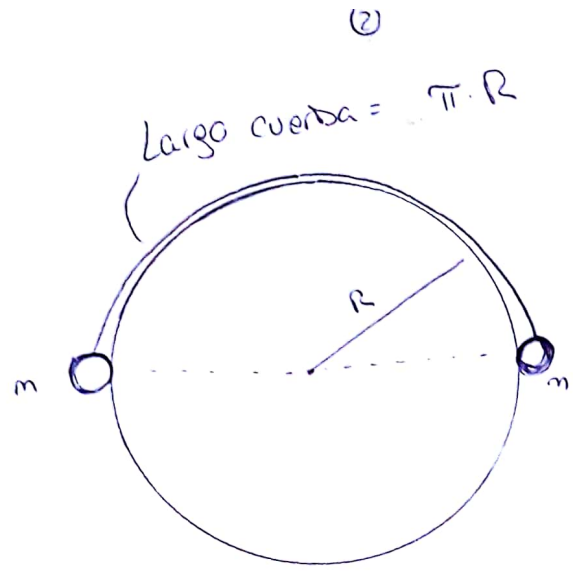
. Si reemplazamos $*$ en $\heartsuit$

$$m \cdot \vec{a} - Mg = -M \vec{a}$$

$$\vec{a}(m + M) = Mg \Rightarrow \boxed{\vec{a} = \frac{M}{m + M} \cdot g}$$

* Entonces, la aceleración del primer bloque es mayor!
 Esto porque, la misma fuerza (Mg) actúa en ambos casos, pero en el primer caso esta fuerza acelera a una masa m (solo el bloque) y en el segundo caso, esta fuerza quiere mover el bloque y a la masa que cuelga (acelera a $(m + M)$).

P2]

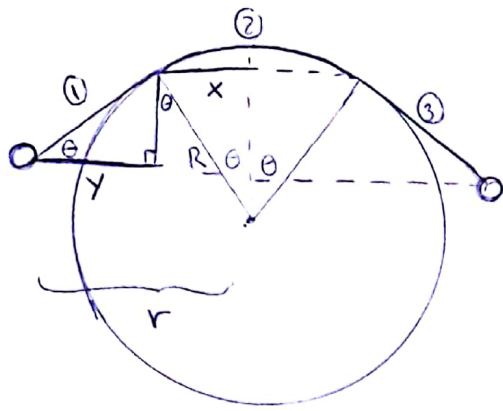


* Cuando empieza a girar la esfera, las masitas se separan de ésta. Quedan "sujetas" por la tensión de la cuerda, y van a empezar a girar con velocidad angular ω . Pero el radio de giro no es R ! Como se despegan, van a alejarse del centro de giro, y su radio r es mayor a R .

→ Para calcularlo, tenemos que jugar con la geometría del problema!!

→ Pero antes que eso... ¿Por qué me interesa el radio de giro de estas masitas?

La respuesta es simple. Tenemos masas afectadas por fuerzas, en movimiento circular uniforme. Entonces en el eje radial, hay aceleración centrípeta $a_c = \omega^2 r$, por lo que podremos relacionar ω con la masa de las bolitas, con el ángulo θ , el largo de la cuerda y $\vec{g}$, lo que tiene mucho sentido.



* De los segmentos de la cuerda.

$$\textcircled{1} = \textcircled{3} \text{ (simetría)}$$

$$\textcircled{2} = R(2\theta) = 2R\theta$$

→ Como el largo de la cuerda es πR

$$2 \cdot \textcircled{1} + 2R\theta = \pi R$$

$$\textcircled{1} = \frac{\pi R - 2R\theta}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\textcircled{1} = \frac{\pi R}{2} - R\theta}$$

$$\boxed{r = x + y}$$

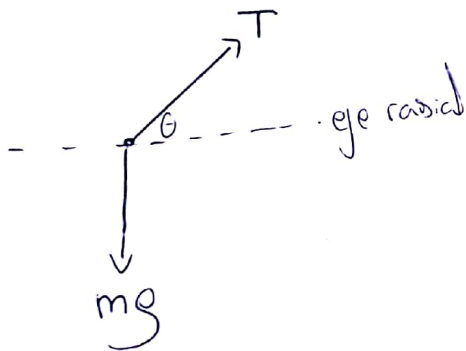
$$x = R \sin \theta$$

$$y = \left(\frac{\pi R}{2} - R\theta \right) \cos \theta$$

$$\boxed{r = R \sin \theta + R \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \cos \theta} \quad \text{A)}$$

* Estudiamos solo 1 masa porque el movimiento es simétrico.

DCL



$$T_x = T \cos \theta$$

$$T_y = T \sin \theta$$

$$\hat{x}) \boxed{T \cos \theta = m \omega^2 r} \quad \text{B)}$$

$$\hat{y}) T \sin \theta - mg = 0 \sim \text{no hay mov vertical.}$$

$$\boxed{T = \frac{mg}{\sin \theta}} \quad \text{C)}$$

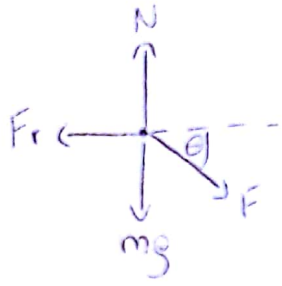
Si reemplazamos A) y C) en B)

$$\omega^2 = \frac{T \cos \theta}{m r} = \frac{\frac{mg}{\sin \theta} \cdot \cos \theta}{m (R \sin \theta + R (\frac{\pi}{2} - \theta) \cos \theta)} = \frac{g}{\tan \theta (R \sin \theta + R (\frac{\pi}{2} - \theta) \cos \theta)}$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\tan \theta (R \sin \theta + R (\frac{\pi}{2} - \theta) \cos \theta)}}$$

3- Estudiando el caso con roce. (coef μ)

a) DCL



$$\sum \vec{x} \quad F \cos \theta - F_r = m/a^0 \rightarrow \text{Para comenzar a moverse, se tiene que aplicar una fuerza igual a } \mu N$$

$$\boxed{F_r = \mu N} \rightarrow \text{condición de deslizamiento}$$

$$\boxed{F \cos \theta = \mu N}$$

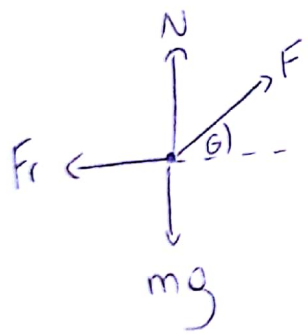
$$\sum \vec{y} \quad N - mg - F \sin \theta = 0 \Rightarrow \boxed{N = mg + F \sin \theta} \quad (1)$$

$$\Rightarrow F \cos \theta = \mu N = \mu (mg + F \sin \theta)$$

$$F (\cos \theta - \mu \sin \theta) = \mu mg$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{\mu mg}{\cos \theta - \mu \sin \theta}} \quad (2)$$

b) DCL



$$\sum \vec{x} \quad F \cos \theta = F_r$$

$$\sum \vec{y} \quad N + F \sin \theta - mg = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{N = mg - F \sin \theta} \quad (3)$$

$$F \cos \theta = \mu mg - \mu F \sin \theta$$

$$F (\cos \theta + \mu \sin \theta) = \mu mg$$

$$\boxed{F = \frac{\mu mg}{\cos \theta + \mu \sin \theta}} \quad (4)$$

Analizando...

Como en el caso a) Se aplica una fuerza que tiene una componente hacia abajo, la normal es mayor que en el caso b) (eso lo vemos comparando ① y ③, respectivamente).

Entonces, para vencer el roce, se tiene que aplicar una mayor fuerza en el primer caso, que en el segundo.

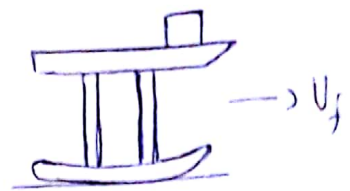
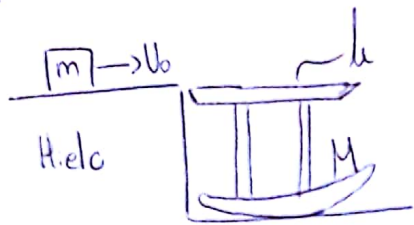
→ Si analizamos el término que dio para F en cada caso (② y ④) vemos que solo varía el denominador.

Como $\theta = 30^\circ$ y si suponemos μ pequeño, $\boxed{\cos \theta > \mu \sin \theta}$
↳ (estamos en el lado, μ es menor a 1)

Se tiene que ② > ④

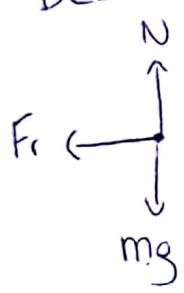
• Notemos que si $\mu = 0$, $F = 0$! Es decir, no se necesita en ningún caso mayor fuerza, pues la aceleración en el eje horizontal, es independiente del vertical, entonces sin importar el valor de F (no hay un F necesario para empezar a moverlo, como planteé el análisis).

4.

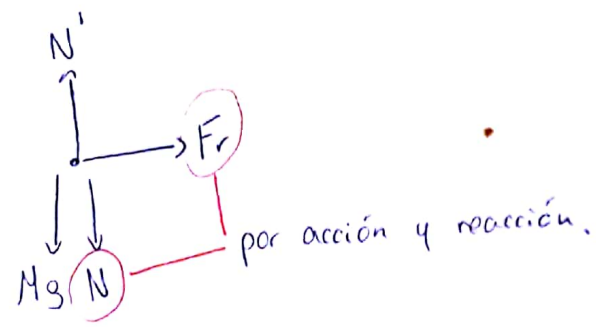


- En el principio del movimiento, la masa m se mueve sin aceleración, con velocidad constante v_0 . Al subirse al trineo, la ejerce una fuerza de roce, que le entrega una aceleración (negativa, pues lo hace frenar).
- El trineo a su vez, experimenta la reacción de la fuerza del roce, por lo que también comienza a acelerar (con aceleración positiva, pues parte del reposo y su velocidad aumenta).

a) DCL m



DCL M



b) Aceleraciones :

De m : $\hat{y} \rceil N - mg = 0$
 $\Rightarrow N = mg$ *

$\hat{x} \rceil - Fr = m \cdot a_x$
 $- \mu \cancel{mg} = m \cdot a_x$

$\Rightarrow \boxed{\vec{a}_1 = -\mu g}$

De M | $\hat{y} \rceil N' - Mg - N = 0$

$N' = Mg + mg \Rightarrow \boxed{N' = g(M+m)}$
 (no lo usamos)

$\hat{x} \rceil \vec{F}_r = M \cdot \vec{a}_2$

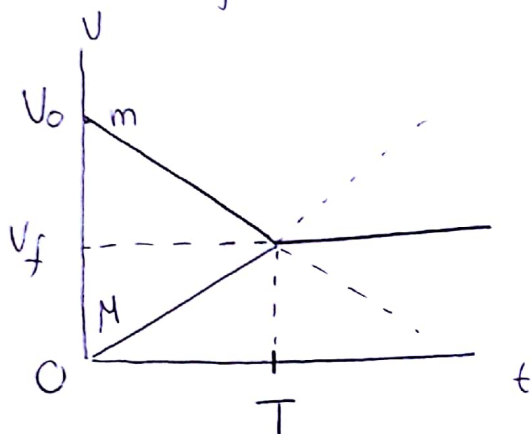
$\mu \cdot mg = M \vec{a}_2$

$\boxed{\vec{a}_2 = \mu \frac{m}{M} g}$

C: Rapidez m: $V_m(t) = V_0 - \mu g t$

" M: $V_M(t) = \mu \frac{m}{M} g t$

Si graficamos las velocidades



El tiempo en que las curvas se intersectan, es el tiempo en que las velocidades son iguales.

$$V_m(t^*) = V_M(t^*)$$

$$V_0 - \mu g t^* = \mu \frac{m}{M} g t^*$$

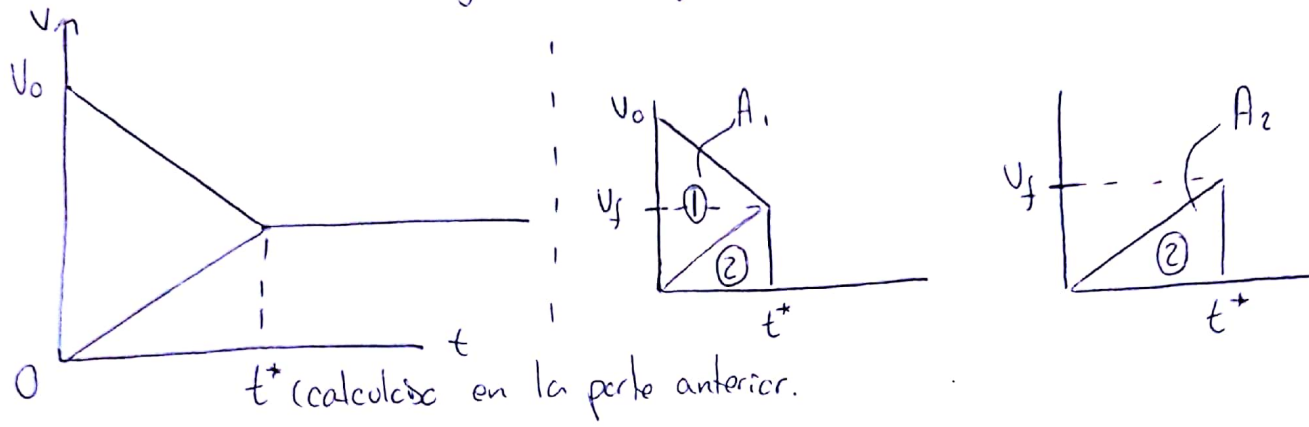
$$V_0 = t^* \left(\mu g + \frac{m}{M} \mu g \right)$$

$$V_0 = t^* \mu g \left(1 + \frac{m}{M} \right) = t^* \mu g \frac{M+m}{M}$$

$$\Rightarrow t^* = \left(\frac{V_0}{\mu g} \right) \cdot \frac{M}{M+m}$$

* Cuando se igualan las velocidades, desaparece el roce (más bien, deja de actuar, deja de acelerar a las masas) puesto que deja de haber un movimiento relativo entre las masas. Desde ahí, comienzan a moverse en conjunto, a la velocidad que alcanzaron en t^* .

D: Para no meternos con la ecuación de itinerario, probemos estudiar las áreas bajo el gráfico V/t



→ Distancia "total" recorrida por m (considerando que el trineo igual iba avanzando).

$$X_m = A_1 = \textcircled{1} + \textcircled{2} = \frac{1}{2} V_0 \cdot t^* + \frac{1}{2} V_f t^*$$

→ Distancia recorrida por el trineo:

$$X_M = A_2 = \textcircled{2} = \frac{1}{2} V_f t^*$$

Entonces lo que avanza m del tablero del trineo va a ser

$$D = X_m - X_M = \left(\frac{1}{2} V_0 t^* + \frac{1}{2} V_f t^* \right) - \left(\frac{1}{2} V_f t^* \right) = \frac{1}{2} V_0 t^*$$

$$= \frac{1}{2} V_0 \cdot \left(\frac{V_0}{\mu g} \right) \frac{M}{M+m}$$

$$\boxed{D = \frac{1}{2} \frac{V_0^2}{\mu g} \frac{M}{M+m}}$$

e. El momentum final, es masa, por velocidad final

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v} \Rightarrow \vec{P}_f = (m+M) \cdot \vec{v}_f$$

• Para calcular la velocidad final, tomemos una de las funciones velocidad que definimos antes y evaluemos en t^*

$$V_M(t^*) = \cancel{\frac{1}{2}} \frac{m}{M} g \cdot \frac{V_0}{\cancel{\frac{1}{2}} g} \cdot \frac{M}{M+m} = \frac{m V_0}{M+m} = v_f$$

$$\vec{P}_f = (m+M) v_f = (\cancel{m+M}) \frac{m V_0}{\cancel{M+m}} \Rightarrow \boxed{\vec{P}_f = m V_0}$$

Lo que es un resultado muy choro! Porque nos muestra que el momentum antes de que la masa subiera al trineo, es igual a cuando se mueven en conjunto.

Es decir, el momentum se conserva en el movimiento!