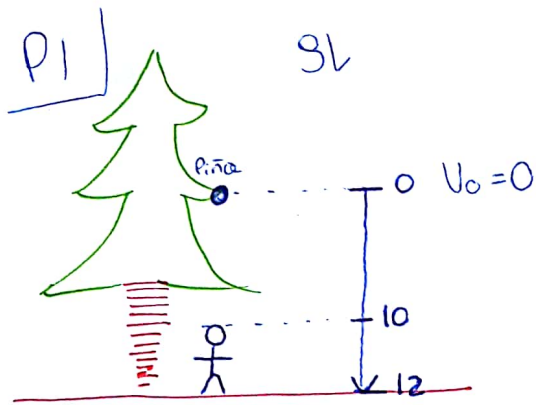




* Por conveniencia, fijamos nuestro eje de referencia con el origen en "la piña", apuntando hacia abajo. Apaña porque solo nos importa el movimiento de la piña hacia abajo, y de esta forma el signo de la aceleración de gravedad es positivo.

Datos : Altura piña = 12m
 Altura hombre = 2m
 $V_s = \text{velocidad sonido} = 350 \text{ m/s}$
 $T_r = \text{tiempo de reacción} = \frac{1}{7} \text{ s}$

a) ¿Tiempo máximo que tiene para moverse el hombre, para evitar impacto de la piña.

- La piña se va a demorar un tiempo en recorrer los 10m que la separan de la cabeza del hombre. Llamaremos a ese tiempo t_p , y lo podemos calcular con la ecuación de itinerario

$$Y_p(t) = \cancel{Y_0} + \cancel{V_0 \cdot t} + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow Y_p(t) = \frac{1}{2} g t^2$$

* Si evaluamos la ecuación de itinerario en t_p , la posición final de la piña es la cabeza del hombre, es decir 10m

$$Y_p(t_p) = 10 = \frac{1}{2} g t_p^2 \Rightarrow t_p = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{g}} = \sqrt{2} \quad (g=10)$$

★ Ahora lo importante. La pñca demora (t_p), en llegar al hombre, pero éste no se da cuenta inmediatamente que algo va cayendo, entonces claramente no va a moverse.

→ El sonido de la pñca desprendiéndose del árbol, llega después de un tiempo que llamaremos (t_s), y ahí el hombre recién es conciente de que algo lo va a golpear.

Sin embargo, aún no puede moverse, ya que por enunciado, tarda $\frac{1}{7} \text{ s} = T_R$, en reaccionar. Luego de ($t_s + T_R$) segundos, recién "puede" moverse, y el tiempo restante de la caída de la pñca, tiene para moverse.

$$\text{"Respuesta": } t_p - (t_s + T_R)$$

Donde $T_R = \frac{1}{7} \text{ s}$ por enunciado, y t_s es el tiempo que tarda el sonido en viajar 10 metros.

$$v = \frac{D}{t} \Rightarrow t = \frac{D}{v} = \frac{10}{350} = \frac{1}{35} \text{ s}$$

Entonces el tiempo q' tiene para moverse es

$$\left(\sqrt{2} - \frac{1}{35} - \frac{1}{7} \right) \text{ s}$$

b) ¿De qué altura máxima debería caer la piña para que siempre impacte a la persona?

★ Para que siempre lo impacte, el tiempo que tiene la persona para moverse, debe ser igual a cero. Entonces tomando la expresión anterior.

$$t_p^* - (t_s' + T_R) = 0$$

→ Eso sí, t_s' (el tiempo del sonido), va a ser distinto, puesto que va a recorrer una distancia distinta.

$$v_s = \frac{D}{t_s'} \Rightarrow t_s' = \frac{D}{v_s} \rightarrow \text{conocido}$$

$v_s \rightarrow$ esto es justamente lo que estoy buscando.

$$t_p^* = (t_s' + T_R) = \left(\frac{D}{v_s} + T_R \right) \quad \begin{array}{l} \text{conocido, pero lo matragueo} \\ \text{como } T_R \end{array}$$

→ Ahora solo tengo que reemplazar t_p^* en la ecuación de itinerario de la piña, y despejar D .

$$y_p(t_p^*) = D = \frac{1}{2} g \left(\frac{D}{v_s} + T_R \right)^2$$

$$D = \frac{1}{2} g \left(\frac{D}{V_s} + T_R \right)^2$$

$$D = \frac{1}{2} g \left(\frac{D^2}{V_s^2} + \frac{2DT_R}{V_s} + T_R^2 \right)$$

$$D = \frac{gD^2}{2V_s^2} + \frac{gDT_R}{V_s} + \frac{gT_R^2}{2} \quad \rightarrow \text{ordeno}$$

$$0 = \frac{g}{2V_s^2} D^2 + D \left(\frac{gT_R}{V_s} - 1 \right) + \frac{gT_R^2}{2}$$

$$D = \frac{-\left(\frac{gT_R}{V_s} - 1\right) \pm \sqrt{\left(\frac{gT_R}{V_s} - 1\right)^2 - 4 \cdot \frac{g}{2V_s^2} \cdot \frac{gT_R^2}{2}}}{2 \cdot \frac{g}{2V_s^2}}$$

¿terrible cierto? Si reemplazamos los números y cuidadosamente operamos, vamos a lograr llegar a un resultado.
 ★ es positivo, entonces si el valor de la raíz fuera mayor, nos quedamos con la suma.

PERO, esto nunca fue necesario. Respondiendo un poco c), el retardo del sonido es mínimo, aún más en una distancia tan pequeña. Para que la persona no alcance a moverse, la distancia tiene que ser incluso menor, y el retardo del sonido aún más pequeño. Despreciándolo, hubiera bastado tomar $\boxed{t_p = T_R}$ (además $T_R = 5t_s$)

Consejos c/r P1

Se enfrentarán a cuadráticas feos en el control?
Probablemente sí, pero nunca tanto como la de la pña,
había un problema del origen del enunciado.

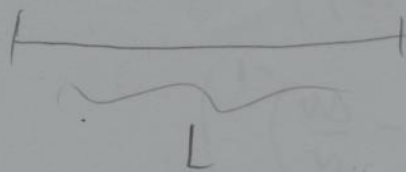
Lo importante de encontrar la solución de una cuadrática es plantearla bien, y entenderla bien.

• ¿Por qué plantearla bien? Porque aunque al final se equivocan en los cálculos, el descuento es mínimo. Igualmente la respuesta es correcta.

• ¿Por qué entenderla bien? Porque tiene dos soluciones, y saber cuál nos sirve, o si nos sirven las dos, depende de la física del problema.

Por ejemplo, un tiempo o una distancia no nos puede dar negativo NUNCA, pero sí 2 tiempos distintos pueden solucionar un problema (como el problema de Alicia y Bernabé, en el aux 1).

P2 El corredor y la aprox de Newton



Corredor 1

$$v_1 = v$$

Corredor 2

$$v_2 = \begin{cases} v + \Delta v & x \in [0, L/2] \\ v - \Delta v & x \in [L/2, L] \end{cases}$$

$$\Delta v \ll v$$

a) Quién llega primero?

Usando que $v = \frac{D}{t}$ $\Rightarrow t = \frac{D}{v}$

Tiempo del corredor 1 en llegar a la meta

Queremos
comparar
ambos
tiempos

$$t_{f1} = L/v$$

t_{f2} tiene 2 contribuciones:

para $x < L/2$
tiene una velocidad
y para $x > L/2$
tiene otra

$$t_{f2} = \underbrace{t_{f2}^I}_{\substack{\uparrow \\ \text{1}^\circ \text{ tramo}}} + \underbrace{t_{f2}^{II}}_{\substack{\uparrow \\ \text{2}^\circ \text{ tramo}}}$$

$$t_{f2} = \frac{L/2}{v + \Delta v} + \frac{L/2}{v - \Delta v}$$

Notemos que podemos usar la aprox de Newton si reescribimos convenientemente

$$t_{f2} = \frac{L}{2} \left(\frac{1}{v(1+\frac{\Delta v}{v})} + \frac{1}{v(1-\frac{\Delta v}{v})} \right) \quad (*)$$

$$= \frac{L}{2v} \left(\left(1 + \frac{\Delta v}{v}\right)^{-1} + \left(1 - \frac{\Delta v}{v}\right)^{-1} \right)$$

usando que $\Delta v \ll v$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta v}{v} \ll 1$$

Cumplimos la hipótesis para usar $(1+x)^{\alpha} \approx 1+\alpha x$
cuando $x \ll 1$

$$t_{f2} \approx \frac{L}{2v} \left(\left(1 - \frac{\Delta v}{v}\right) + \left(1 + \frac{\Delta v}{v}\right) \right)$$

$$= \frac{L}{2v} (1+1) = \frac{L}{v}$$

$$\Rightarrow t_{f1} = t_{f2}$$

Desarrollo alternativo

$$\text{Desde } (*) \quad t_{f2} = \frac{L}{2v} \left(\frac{1 - \frac{\Delta v}{v} + 1 + \frac{\Delta v}{v}}{\left(1 + \frac{\Delta v}{v}\right)\left(1 - \frac{\Delta v}{v}\right)} \right)$$

$$= \frac{L}{v} \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2} \right)$$

$$= \frac{L}{v} \left(1 - \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 \right)^{-1} \approx \frac{L}{v} \left(1 + \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 \right)$$

Tomando $\alpha = -1$

$$y \quad x = \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2$$

$$\text{Así, } t_{f2} - t_{f1} = \frac{L}{v} \left(1 + \left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 - 1 \right)$$

$$= \frac{L \Delta v^2}{v^3} \Rightarrow$$

El corredor 2 pierde :
Notamos que la diferencia
es realmente pequeña por el $\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2$

B)

Rick and Marty

$\downarrow g$



$h = ?$

$$t' = 7,5 \text{ s}$$

$$(49 < (7,5)^2 < 64)$$

$$a) \quad x(t') = h = \frac{1}{2} g (t')^2$$

$$h = \frac{g}{2} (t')^2 = h_a$$

$$h \approx \frac{10}{2} \left(\frac{15}{2} \right)^2$$

$$\approx 5 \cdot (7,5)^2$$

b)

$$t' = t_{\text{caída}} + t_{\text{sonido}}$$

$$h = \frac{1}{2} g (t_{\text{caída}})^2 \Rightarrow t_{\text{caída}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t_{\text{sonido}} = \frac{h}{v_{\text{sonido}}}$$

$$\Rightarrow t' = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v_{\text{sonido}}}$$

$$t' - \frac{h}{v_s} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$t'^2 - \frac{2h}{v_s^2} t' + \frac{h^2}{v_s^2} = \frac{2h}{g}$$

$$\frac{h^2}{v_s^2} - h \left(\frac{2t'}{v_s} + \frac{z}{g} \right) + t'^2 = 0$$

$$h^2 - h \left(v_s \left(2t' + \frac{2z}{g} \right) \right) + (t' v_s)^2 = 0$$

$$= b$$

$$h = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

Reemplazando los valores de b y c , además de los valores numéricos, llegamos al resultado

$$h = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} = h_b$$

Escogemos + porque la otra debería asociarse a un tiempo negativo

c) El error lo calculamos como la diferencia entre los dos valores de h de la a) y la b), considerando el de la parte a) como el valor aproximado y el b) como el valor real

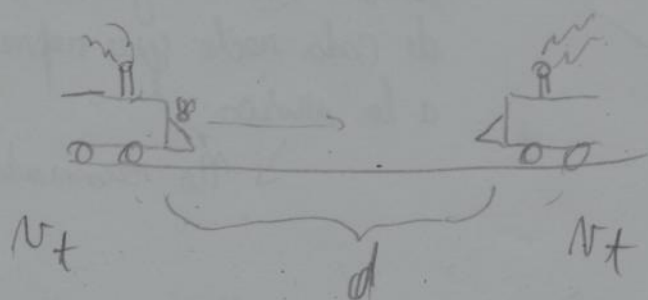
$$E = |h_b - h_a| \cdot 10^6 + 6,5 \cdot 10^6 \cdot 10^4$$

$$= \left| \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} - \frac{g(t')^2}{2} \right|$$

Si reemplazar numéricamente el error les permitiría decidir que tan despreciable es el retardo del sonido. Si el error fuera más del orden de magnitud menor que lo anterior, concluiríamos que es despreciable sin duda alguna. Si el error fuera de más de la mitad sería no despreciable. Cualquier caso intermedio no sería claro concluir.

P4 La mosca

Idea 1



Notar que los trenes van a chocar en $d/2$, ya que van a la misma velocidad

$$v_t = \frac{d/2}{t^*}$$

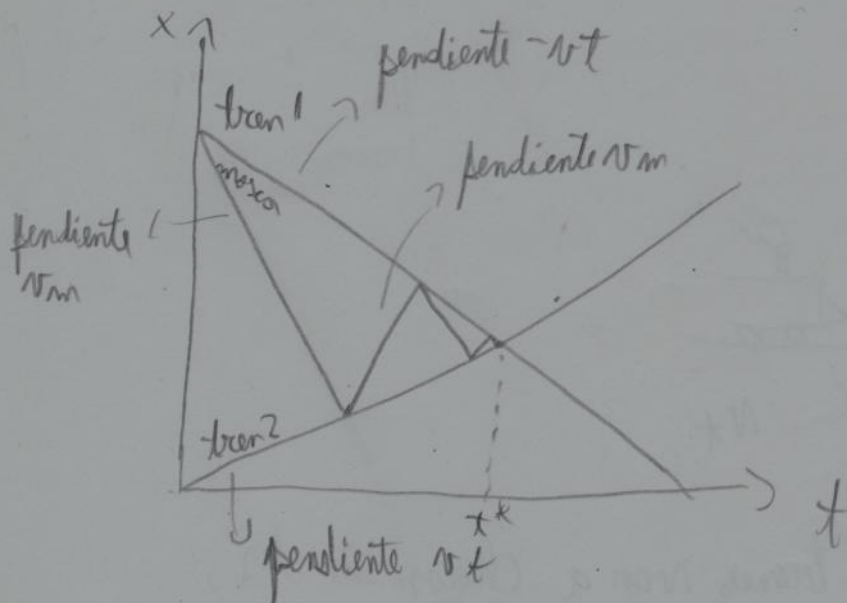
$$t^* = \frac{d}{2v_t}$$

Luego como la mosca va siempre a la misma rapidez (cambia de signo solamente), y como la mosca muere al chocar los trenes, entonces basta con ver cuánto recorre la mosca en trayectoria rectilínea con velocidad v_m

$$\Rightarrow v_m = \frac{d_{\text{mosca}}}{t^*}$$

$$d_{\text{mosca}} = \frac{v_m}{\frac{1}{t^*}} = \frac{2v_m v_t}{d} //$$

Idea 2



- Podemos intentar
Sumar los largos (en el eje x)
de cada recta que representa
a la mosca
↓ No recomendable :s

• Podemos escribir las ec. de la recta
para ambos trenes, calcular la intersección
para saber el tiempo hasta el choque y
calcular la distancia que recorre la
mosca en trayectoria recta (igual que en
la idea 1).