Universidad de Chile
Departamento de Física
FI1001-1 - Introducción a la física Newtoniana

Ejercicio 2 - Cinemática 2D

Profesora: Patricia Sotomayor C.
Auxiliares: Luna Alarcón Merino - Alan Figueroa Moraga - Edgardo Rosas Cárcamo
18-04-2018

Tiempo: 40 min

P1. Sea μ la rapidez inicial de una partícula, inclinada en un ángulo α respecto de la horizontal como se muestra en la figura. En presencia de gravedad:

1. Deduzca la altura máxima que experimenta y su alcance.
2. Determine el ángulo α_c para el cual la altura máxima coincide con el alcance.
3. Encuentre la rapidez de la partícula en función de la distancia recorrida en el eje x y los datos del problema.

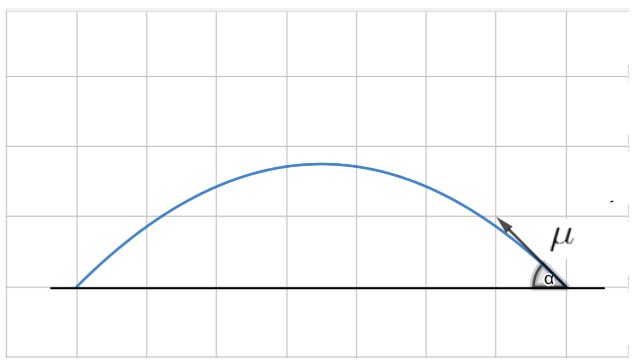

Figure 1: Problema 1

Puede ser útil saber que

$$y(x) = y_0 + (x - x_0)tan(\alpha) - \frac{g(x-x_0)^2}{2v_0^2 cos^2(\alpha)} \tag{1}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \tag{2}$$

Pauta

1.

Tomando un sistema de referencia en el origen de la velocidad inicial, con y psitivo hacia arriba y x positivo hacia la izquierda: $x_0 = 0 \wedge y_0 = 0$. Con esto la ecuación (1) nos queda como: $y(x) = tan(\alpha)x - \frac{gx^2}{2\mu^2 cos^2(\alpha)}$. Sea D el alcance de la parábola, $y(D) = 0 \Rightarrow D\left(tan(\alpha) - \frac{gD}{2\mu^2 cos^2(\alpha)}\right) = 0 \Rightarrow tan(\alpha) - \frac{gD}{2\mu^2 cos^2(\alpha)} = 0$ ya que $D = 0$ no nos interesa. Despejando,

$$\boxed{D = \frac{2\mu^2 cos(\alpha) sen(\alpha)}{g} = \frac{\mu^2 sen(2\alpha)}{g}} \tag{3}$$

La parábola alcanza su máximo en $\frac{D}{2}$.

$$H = y\left(\frac{D}{2}\right) \Rightarrow H = tan(\alpha)\left(\frac{\mu^2 sen(2\alpha)}{2g}\right) - \frac{g}{2\mu^2 cos^2(\alpha)}\left(\frac{\mu^2 sen(2\alpha)}{2g}\right)^2$$

$$\boxed{H = \frac{\mu^2 sen^2(\alpha)}{2g}} \tag{4}$$

2.

$$\frac{D}{H} = 1 \Longleftrightarrow \frac{\frac{2\mu^2 cos(\alpha_c) sen(\alpha_c)}{g}}{\frac{\mu^2 sen^2(\alpha_c)}{2g}} = \frac{4cos(\alpha_c)}{sen(\alpha_c)} = 1 \Longleftrightarrow \boxed{tan(\alpha_c) = 4}$$

3.

$x(t) = \mu cos(\alpha)t \Rightarrow t = \frac{x}{\mu cos(\alpha)}$.En un movimiento parabólico, $v_x = \mu cos(\alpha)$ y $v_y = \mu sen(\alpha) - gt$. De esto se desprende que $v_y = \mu sen(\alpha) - g\frac{x}{\mu cos(\alpha)}$. Y usando la ecuación dada para el módulo de la velocidad (rapidéz)

$$\boxed{|\vec{v}| = \sqrt{\mu^2 cos^2(\alpha) + \left(\mu sen(\alpha) - g\frac{x}{\mu cos(\alpha)}\right)^2}} \tag{5}$$