Auxiliar N°7

14 de agosto de 2018

P1 En la Estación Central, para el sistema Metrotren existen exactamente M aparcaderos para trenes, y el sistema completo también tiene M trenes de pasajeros disponibles. Cada tren se despacha independientemente de los demás. El tiempo que transcurre hasta que un tren es despachado hacia Rancagua es una variable aleatoria de distribución exponencial de parámetro μ [tren/min]. Por otro lado, el tiempo que permanece un tren en ruta (es decir, afuera de la Estación Central) es una variable aleatoria de distribución exponencial de media $\frac{1}{\lambda}$ [min].

Por último, suponga que el aparcadero está funcionando hace mucho tiempo.

a) Modele la cantidad de trenes en el aparcadero en cualquier instante

b) Justifique la existencia de probabilidades estacionarias y encuentre las expresiones que permitan calcularlas

En lo que sigue, considere que las probabilidades estacionarias toman valores conocidos.

c) Calcule el número promedio de trenes en el aparcadero, en un instante cualquiera.

d) Calcule la probabilidad de que exista igual número de trenes en el aparcadero, y trenes en la ruta, en un instante cualquiera

e) Calcule la tasa media de ingreso de trenes al aparcadero

f) Calcule la tasa media de salida de trenes del aparcadero

P2 Considere un sistema de colas exponencial con un solo servidor, el cual es capaz de servir a dos clientes a la vez. Cuando sea que el servidor completa el servicio, él entonces sirve a los siguientes dos clientes al mismo tiempo. Sin embargo, si solo hay un cliente en la cola, entonces solo sirve a ese cliente. Supondremos que su tiempo de servicio es exponencial con tasa μ, ya sea que esté sirviendo a uno o dos clientes. Supondremos también que los clientes llegan según un proceso de Poisson de tasa λ

a) Dibuje el diagrama de transiciones y escriba las ecuaciones de balance.

b) Considerando que $P_n = \alpha^n P_0$, encuentre explícitamente el valor de α como función de λ y μ. Definimos el estado P_n como n clientes esperando en la cola, y P_0 corresponde al estado en que el servidor está ocupado pero nadie está en la cola.

c) Compute P_n como función de λ, μ y α.

d) Determine la proporción de clientes que son servidos solos.

e) Encuentre explícitamente L_q, W_q, L y W.

P3 *a*) Suponga un servicio de emergencias que cuenta con una ambulancia, cuyo estacionamiento se encuentra justo al centro de una ciudad rectangular de dimensiones X_0 de ancho e Y_0 de alto. La ambulancia, cuando es requerida, sale desde su estacionamiento, atiende al paciente, y luego vuelve al centro, a esperar otra llamada. Esta ambulancia solo puede moverse en paralelo a los ejes (nunca en diagonal), con velocidades constantes v_x y v_y en cada dirección. La localización espacial de las emergencias tiene una distribución uniforme e independiente en ambas direcciones sobre el área rectangular. Suponga que el tiempo de atención de la ambulancia en el "lugar del accidente"tiene una media $\mathbb{E}[Z]$ y varianza σ_z^2 conocida. Suponiendo que las llamadas distribuyen Poisson a tasa λ, indique cómo ud. podría modelar el funcionamiento del servicio de emergencias como un sistema de colas. Con el nivel de información proporcionado, ¿podrían calcularse indicadores usuales como tiempos de espera y número de emergencias esperando ser atendidas o es necesario hacer algunos supuestos?

b) Considere una cola del tipo M/G/1, donde se conoce la tasa de llegada λ, y el tiempo promedio de servicio $E[S]$. Calcule el largo promedio del periodo en el cual el servidor se encuentra ocupado.

P4 Calcule la demora media por vehículo W a partir del modelo D/D/1 con $x = x(t) > 1$, considerando los vehículos que llegan en cierto período 0–t donde q y Q pueden asumirse constantes.