Auxiliar 1

Ilana Mergudich T., Arniel Labrada D.
Crecimiento Asintótico y Relaciones

March 28, 2018

1. Diga si las siguientes relaciones cumplen con ser simétricas, antisimétricas, reflexivas o transitivas.

- Los usuarios de facebook con la relación x es amigo de y .
- Los usuarios de twitter con la relación x sigue a y .
- Los números naturales sin el 0 con la relación a divide a b ($R = \{aRb : \exists k : b = a * k; k \in \mathbb{N}\}$)
- Los puntos en el plano cartesiano con la relación $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a \leq c \vee b \leq d$.
- Los números reales con la relación $xRy = \{xRy : x - y \in \mathbb{Q}\}$

2. Demuestre las siguientes afirmaciones

- La relación entre funciones fRg dada por $f = O(g)$ es un preorden, esto es, es reflexiva y transitiva.
- La relación fSg dada por $f = \Theta(g)$ es una relación de equivalencia, esto es, es reflexiva, simétrica y transitiva.

3. Dada una relación R de equivalencia sobre algún conjunto A , se define para cada $x \in A$ la clase de equivalencia de x como el conjunto: $[X]_R = \{y \in A : yRx\}$

- Demuestre que cuando una relación R en A es reflexiva y transitiva, entonces $R \cap R^{-1}$ es de equivalencia.
- Sea S una relación sobre el conjunto de todas las clases de equivalencia en $R \cap R^{-1}$, tal que $(C, D) \in S$ si y solo si existen elementos $c \in C$ y $d \in D$ tal que $(c, d) \in R$. Demuestre que S es un orden parcial.

4. Sea B el conjunto de todas las relaciones binarias sobre un conjunto A . Se define en B la relación Ω siguiente:

Sean $R_1, R_2 \in B$, entonces.

$$R_1 \Omega R_2 \Leftrightarrow [(\forall x, y \in A)(xR_1y \Rightarrow xR_2y)]$$

Muestre que Ω es una relación de orden parcial en B .