

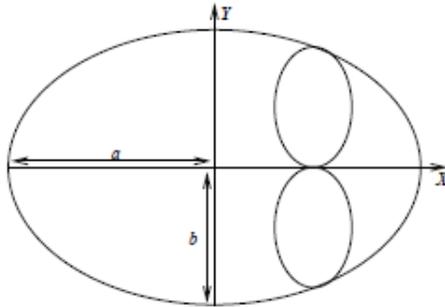
MA1002-4 Cálculo diferencial e integral

Profesor: Matías Godoy Campbell

Auxiliar: Cristóbal Valenzuela M

Auxiliar 10

- P1.** Una marraqueta es un sólido que tiene por base una elipse de semiejes a y b y cada sección de este sólido corresponde a una circunferencia como se indica en la figura 1. Calcule el volumen de la marraqueta.



- P2.** Calcular el área de la región que queda fuera de la cardioide $\rho = 2(1 - \cos(\theta))$ y dentro del círculo $\rho = -6 \cos(\theta)$
- P3.** La función $y = f(x)$ está definida implícitamente por la ecuación:

$$\int_1^x y(t) \cos\left(\frac{\pi}{t}\right) dt + \int_0^{y(x)} \sin(\pi t) dt = \frac{1}{2\pi} \quad 0 < y < \frac{1}{2}$$

Calcule $y(1)$ e $y'(1)$

- P4.** Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función biyectiva, diferenciable y tal que $g(0) = 0$. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow (-1, 1)$ una función diferenciable. Suponga que f y g satisfacen:

$$g(x) = \int_0^{g(x)} f^2(g^{-1}(t)) dt + f(x)$$

(a) Pruebe que $f(x) = \tanh(g(x))$

(b) Calcule la integral $\int_0^{x^3} (\tanh(t))^2 dt$

Indicacion: Observe que $f(g^{-1}(x)) = \tanh(x)$