

MA1002-1 Cálculo diferencial e integral

Profesor: Matías Godoy**Auxiliar:** Cristóbal Valenzuela

Auxiliar 7 - Primitivas

4 de Enero del 2018

Resumen:

- Fórmula de integración por partes:

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x).$$

- Sustituciones trigonométricas:

P1. Para $a^2 + x^2$, usar $x = a \tan(u)$ o bien $x = a \sinh(t)$.**P2.** Para $a^2 - x^2$, usar $x = a \sin(u)$ o bien $x = a \cos(t)$.**P3.** Para $x^2 - a^2$, usar $x = a \sec(u)$ o bien $x = a \cosh(t)$.

(P1) Use el método de fracciones parciales para calcular: (II) $\int \frac{1}{1 + \sin(x) + \cos(x)} dx.$

(I) $\int \frac{1}{1 - x^2} dx.$

(P3) Utilizar sustituciones trigonométricas para calcular:

(II) $\int \frac{5x^2 + 12x + 1}{x^3 + 3x^2 - 4} dx.$

(P2) Usando el cambio de variables $t = \tan(\frac{x}{2})$ calcular: (I) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx.$

(I) $\int \frac{1}{1 - \cos(x)} dx.$

(II) $\int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2} dx.$

(P4) Encuentre una fórmula de recurrencia para la expresión: $I_n = \int \sqrt{x+b}(x+a)^n dx$, $a, b, x > 0$.

(P5) (El Acertijo)

(a) De un ejemplo de una función f diferenciable en todo \mathbb{R} tal que $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ existe, pero el límite $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$ no exista.

(b) Pruebe que si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$ existen, entonces $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ (*Hint: ¿Qué pasa con f en infinito si $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) > 0$?*)

(c) Pruebe que si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f''(x)$ existen, entonces $\lim_{x \rightarrow \infty} f''(x) = 0$

(P6) Suponga que la función f cumple la ecuación

$$f''(x) + f'(x)g(x) - f(x) = 0$$

para alguna función g y para todo $x \in \mathbb{R}$. Pruebe que si f es 0 en dos puntos diferentes, entonces f debe ser nula en el intervalo definido por ambos puntos (Hint: Recuerde que si x es máximo local, entonces $f''(x) \leq 0$, y si es mínimo local entonces $f''(x) \geq 0$.)