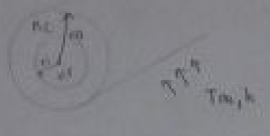
P1

PAUTA E3!!

cualquier duda por correo o el foro :)

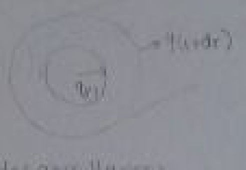


1.

Se comienza haciendo el balance:

$$\{\text{lo que sale}\} - \{\text{lo que entra}\} = \text{generado} + \underbrace{\text{acumulado}}_{=0}$$

empezamos con el lado izquierdo de la igualdad



$$q(r+dr)\cdot A(r+dr) - q(r)\cdot A(r) = \text{generado}$$

$$q(r+dr)\cdot 2\pi(r+dr)\cdot L - q(r)\cdot 2\pi r\cdot L = \text{generado}$$

desarrollamos

$$q(r+dr) = q(r) + \frac{\partial q(r)}{\partial r}\cdot dr$$

$$2\pi(r+dr) = 2\pi r + 2\pi dr$$

$$\left(q(r) + \frac{\partial q(r)}{\partial r}\cdot dr\right)\cdot 2\pi(r+dr)\cdot L - q(r)\, 2\pi r L = \text{generado}$$

- Desarrollando el lado derecho

$$\text{generado} = S\cdot dV = S_0\left(1-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right)\cdot\left(\pi L\left((r+dr)^2 - r^2\right)\right)$$

$$= S_0\left(1-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right)\left(\pi L\left(\cancel{r^2} + 2r\,dr + \underbrace{dr^2}_{=0} - \cancel{r^2}\right)\right)$$

$$= S_0\left(1-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right)\cdot 2\pi L r\, dr$$

Juntando ambas:

$$\left(q(r) + \frac{\partial q(r)}{\partial r}\cdot dr\right)\left(2\pi L(r+dr)\right) - q(r)\cdot 2\pi L r = S_0\left(1-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right) 2\pi L r\, dr$$

$$\Rightarrow \cancel{q(r)\, r} + q(r)\cdot dr + \frac{\partial q(r)}{\partial r}\, dr\cdot r + \underbrace{\frac{\partial q(r)}{\partial r}\, dr^2}_{=0} - \cancel{q(r)\, r} = S_0 r\, dr\left(1-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right)$$

$$\Rightarrow \underbrace{q(r) + \frac{\partial q(r)}{\partial r}\cdot r}_{} = S_0 r\left(1-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right)$$

$$\frac{d}{dr}\left(q(r)\cdot r\right) = S_0 r\left(1-\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right)$$

como S depende de r, desarrollamos para luego integrar

$$\frac{d}{dr}(q(r)\cdot r) = So\left(r - \frac{r^3}{r_i^2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad d(q(r)\cdot r) = So\left(\int r\,dr - \int \frac{r^3}{r_i^2}\,dr\right)$$

$$q(r)\cdot r = So\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4r_i^2}\right) + C_1$$

$$q_1(r) = \frac{Sor}{2} - \frac{Sor^3}{4r_i^2} + \frac{C_1}{r}$$

se plantea la ecuación diferencial en el cilindro interior

Se tiene que $q(r) = -K_i \cdot \frac{\partial T}{\partial r}$, reemplazando

$\frac{d}{(Kr)}$

$$-K_r\cdot\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{Sor}{2} - \frac{Sor^3}{4r_i^2} + \frac{C_1}{r}$$

$$-K_r\,dT = \left(\frac{Sor}{2} - \frac{Sor^3}{4r_i^2} + \frac{C_1}{r}\right)dr \quad /\int$$

$$-K_r\cdot T_1(r) + C_2' = \frac{Sor^2}{4} - \frac{Sor^4}{16r_i^2} + C_1\ln(r) + C_2''$$

$$\Rightarrow \quad T_1(r) = -\frac{Sor^2}{4K_r} + \frac{Sor^4}{16r_i^2K_r} - \frac{C_1\ln(r)}{K_r} + C_2$$

Ahora planteando la ecuación del cilindro exterior

$$\frac{d(q(r)\cdot r)}{dr} = 0 \quad \leftarrow \text{no hay generación} \quad /\int$$

$$q_2(r) = \frac{C_3}{r}$$

$$\Rightarrow \quad -K_c\cdot\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{C_3}{r} \quad /\int$$

$$-K_c\cdot T_2(r) = C_3\cdot\ln(r) + C_4'$$

$$\Rightarrow \quad T_2(r) = -\frac{C_3}{K_c}\ln(r) + C_4$$

Tenemos 4 condiciones de borde (hay 4 constantes incógnitas)

a. $T_1(r_i) = T_2(r_i)$

b. $q_1(r_i) = q_2(r_i)$

c. $q_2(r_0) = q_{convection} \overset{\text{por def}}{=} h(T_\infty - T_2(r_0))$

d. $T(0)$ es finita

Total: 2,5 pts

— o —

2.

Ocupando d. $-K_i \cdot \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=0} = q(0) = 0$; $\boxed{C_1 = 0}$ ($\ln(0) \Rightarrow$ ☹)

Ocupando b.

$$\frac{S_0 r_i}{2} - \frac{S_0 r_i^3}{4 r_i^2} + \cancel{\frac{C_1}{r}}^{=0} = \frac{C_3}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{S_0 r_i}{4} = \frac{C_3}{r_i} \Rightarrow \boxed{C_3 = \frac{S_0 r_i^2}{4}}$$

ocupando a.

$$\frac{-S_0 r_i^2}{4 K_r} + \frac{S_0 r_i^4}{16 r_i^2 \cdot K_r} + C_2 = \frac{-C_3}{K_C} \ln(r_i) + C_4$$

ocupando c.

$$\frac{C_3}{r_0} = h\left(T_\infty + \frac{C_3}{K_C}\ln(r_0) - C_4\right)$$

$$\Rightarrow \frac{C_3}{h r_0} = \cancel{h} T_\infty + \frac{\cancel{h} C_3}{K_C} \cdot \ln(r_0) - C_4 \cdot \cancel{h}$$

$$\Rightarrow C_4 = T_\infty + \frac{C_3 \ln(r_0)}{K_C} - \frac{C_3}{h r_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_4 = T_\infty + C_3\left(\frac{\ln(r_0)}{K_C} - \frac{1}{h r_0}\right)}$$

volviendo a a.

$$C_2 = \frac{3 S_0 r_i^2}{16 K_r} - \frac{C_3 \ln(r_i)}{K_C} + T_\infty + C_3\left(\frac{\ln(r_0)}{K_C} - \frac{1}{h r_0}\right) \;//$$

P2)

Solo basta reemplazar en las ecuaciones anteriores

1. Temperatura centro del cilindro:

conocido

$$T_1(r=0) = C_2 - \frac{330 r_i^2}{16 K_r} + T_\infty + C_3\left(\frac{\ln(r_0)}{K_c} - \frac{1}{h r_0} - \frac{\ln(r_i)}{K_c}\right)$$

2. Temperatura superficie material aislante

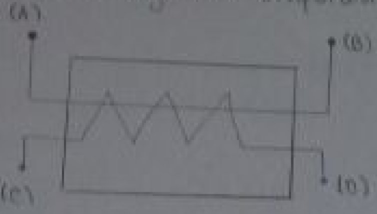
$$T_2(r=r_0) = \frac{-C_3}{K_c} \cdot \ln(r_0) + C_4$$

$$= \frac{-C_3}{K_c} \ln(r_0) + T_\infty + C_3\left(\frac{\ln(r_0)}{K_c} - \frac{1}{h r_0}\right)$$

$$= T_\infty - \frac{C_3}{h r_0}$$

1 P2)

a. Se tiene el siguiente evaporador



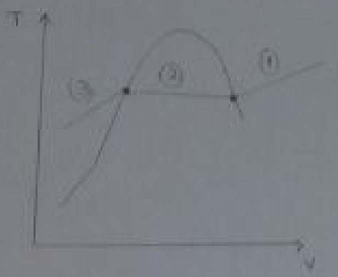
(A) vapor sobrecalentado, 1 bar, 150°C

(B) agua líquida, 50°C

(C) agua líquida, 10°C

(d) agua líquida, Tf °C desconocida

Si hacemos un diagrama T-V, se tiene que hay liberación de calor en tres formas



① La primera liberación de calor es pasar de vapor sobrecalentado a sobresaturado, para esto buscamos los valores de entalpía en las tablas

$$\Delta H_1 = H_{vsc} - H_{vss} \left(\frac{KJ}{Kg}\right)$$

¡Ojo que estamos trabajando con entalpías positivas como liberación de calor!

+0.5

$$= 2776 - 2676$$

$$\Delta H_1 = 100 \left(\frac{KJ}{Kg}\right)$$

② La segunda liberación de calor es el cambio de fase $\Delta H_2 = \Delta h_{vap} = 2256{,}9 \left(\frac{KJ}{Kg}\right)$ +0.5

③ La tercera liberación es la disminución de la temperatura del agua

$$\Delta H_3 = C_p \; \Delta T = 4{,}186 \left(\frac{KJ}{Kg\,°C}\right) \cdot (100 - 50)°C$$

$$\Rightarrow \Delta H_3 = 209{,}3 \left(\frac{KJ}{Kg}\right)$$ +0.5

Por lo que tenemos $\Delta h_{total} = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 = 2566{,}2 \left(\frac{KJ}{Kg}\right)$

Por definición

$$\text{Potencia} = \underset{\text{vapor}}{\dot{m}} \cdot \Delta h_{total} = 2566{,}2 \left(\frac{KJ}{Kg}\right) \cdot 4 \left(\frac{Kg}{s}\right)$$

$$\rightarrow \text{Potencia} = 10\,264{,}8\,(KW)$$

+1.0

La potencia generada por el vapor es la misma que la absorbida por el agua

b. Como tenemos $\dot{m}$ agua y la potencia absorbida:

$$\Delta h(agua) = \frac{Potencia}{\dot{m}} = \frac{10 \cdot 264{,}8}{80}$$

$$\Rightarrow \Delta h(agua) = 842{,}16 \left(\frac{KJ}{Kg}\right) \quad +1.0$$

y por definición

$$\Delta h = C_p \, \Delta T \Rightarrow \underbrace{\Delta T}_{T_f - T_i} = 81{,}6\,^\circ C \Rightarrow T_f = 91{,}7\,^\circ C \quad +0.5$$

$$+1.0 \quad T_f - T_i \to 10\,^\circ C$$

c - bla bla