

### PROGRAMA DE CURSO

| Código                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Nombre              |                  |                                           |                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| MA5504                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Dinámica Topológica |                  |                                           |                           |
| Nombre en Inglés                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                     |                  |                                           |                           |
| Topological Dynamics                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                     |                  |                                           |                           |
| SCT                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Unidades Docentes   | Horas de Cátedra | Horas Docencia Auxiliar                   | Horas de Trabajo Personal |
| 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 10                  | 4.0              | 1.5                                       | 4.5                       |
| Requisitos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                     |                  | Carácter del Curso                        |                           |
| MA3801, AUTOR                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                     |                  | Electivo de Carrera, Magister y Doctorado |                           |
| Resultados de Aprendizaje                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                     |                  |                                           |                           |
| <p>El objetivo de este curso es entregar a los alumnos los elementos básicos de la teoría clásica de los sistemas dinámicos topológicos, una parte importante del área de sistemas dinámicos. En particular se presentarán las definiciones, nociones e invariantes básicas de esta teoría. Luego estas nociones se usarán como herramientas para estudiar distintas clases de ejemplos como los sistemas dinámicos topológicos en baja dimensión, las transformaciones del círculo y del intervalo, los automorfismos del toro y las transformaciones sobre el conjunto Cantor. Al final del curso se elegirá un tópico especial (por ejemplo transformaciones uní-modales, flujo geodésico, exponentes de Lyapunov) para profundizar la materia en este ámbito.</p> <p>Los alumnos comprenderán los tópicos principales de la dinámica topológica, que les permitirá leer la literatura reciente e incluso seguir con una memoria en el tema al final del curso. Además desarrollarán sus habilidades analíticas y profundizarán sus conocimientos en el área de sistemas dinámicos generales.</p> |                     |                  |                                           |                           |

| Metodología Docente                                                                                                                                                                                                                                  | Evaluación General                                                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Clases expositivas y presenciales de cátedra.</p> <p>Clases auxiliares de exposición de problemas y de resolución de problemas guiados.</p> <p>Clases destinadas a exposiciones de los alumnos de artículos científicos recientes en el área.</p> | <p>2 controles parciales más un examen final.</p> <p>Tareas o una exposición con informe para complementar la evaluación.</p> |

### Resumen de Unidades Temáticas

| Número | Nombre de la Unidad                                                                                | Duración en Semanas |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 1      | Definiciones, nociones y propiedades básicas de sistemas dinámicos topológicos – Ejemplos clásicos | 4                   |
| 2      | Teoría de entropía topológica                                                                      | 1,5                 |
| 3      | Homeomorfismos y diffeomorfismos del círculo                                                       | 2                   |
| 4      | Transformaciones del intervalo                                                                     | 2,5                 |
| 5      | Sistemas dinámicos hiperbólicos                                                                    | 2,5                 |
| 6      | Tópico especial (varias posibilidades; a elegir una)                                               | 2,5                 |
|        | <b>TOTAL</b>                                                                                       | <b>15</b>           |

### Unidades Temáticas

| Número                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Nombre de la Unidad                                                                                                                                                                                                                                     | Duración en Semanas           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Definiciones, nociones y propiedades básicas de sistemas dinámicos topológicos                                                                                                                                                                          | 4                             |
| Contenidos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Resultados de Aprendizajes de la Unidad                                                                                                                                                                                                                 | Referencias a la Bibliografía |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sistemas dinámicos</li> <li>- Puntos periodicos, orbitas, transitividad, minimalidad, recurrencia, mezcla topológica</li> <li>- Conjugación topológica, factores, invariantes, puntos periódicos, función de zeta</li> <li>- Conjuntos <math>\alpha / \omega</math>-límite, expansividad, noción del caos</li> <li>- Equicontinuidad, sensibilidad</li> <li>- Sistemas distales, proximales</li> <li>- Extensiones de sistemas minimales</li> <li>- Semigrupo de Ellis</li> <li>- Sistemas estables, rotaciones e isometrías, endomorfismos del círculo</li> </ul> | El alumno conocerá las nociones fundamentales y los ejemplos básicos de la teoría de sistemas dinámicos topológicos junto con las preguntas mas relevantes en cada uno de ellos. Esto servirá de motivación a los teoremas de las secciones siguientes. | 2,3,8,10,11                   |

| Número                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Nombre de la Unidad                                                                                                                               | Duración en Semanas           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Teoría de entropía topológica                                                                                                                     | 1,5                           |
| Contenidos                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Resultados de Aprendizajes de la Unidad                                                                                                           | Referencias a la Bibliografía |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definición por Adler-Konheim-McAndrews (recubrimientos finitos)</li> <li>- Definición por Bowen (métrica, conjuntos separados y shadowing)</li> <li>- Calculo de entropía topológica en los ejemplos clásicos</li> <li>- Presión topológica</li> </ul> | El estudiante conocerá las definiciones de la invariante principal de la teoría y verá las herramientas para calcularla en los ejemplos clásicos. | 1,11,13                       |

| Número                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Nombre de la Unidad                                                                                                                                    | Duración en Semanas           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Homeo- y diffeomorfismos del círculo                                                                                                                   | 2                             |
| Contenidos                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Resultados de Aprendizajes de la Unidad                                                                                                                | Referencias a la Bibliografía |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Endomorfismos del círculo</li> <li>- Técnica del levantamiento</li> <li>- Homeomorfismos del círculo</li> <li>- Números de rotación</li> <li>- Clasificación de Poincaré</li> <li>- Diffeomorfismos del círculo</li> <li>- Teorema de Denjoy</li> </ul> | El estudiante conocerá las técnicas para estudiar mapeos continuos del círculo y los teoremas fundamentales de clasificación de dinámicas del círculo. | 2,3,4,8,11                    |

| Número                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Nombre de la Unidad                                                                                                                                                                                                                                                             | Duración en Semanas           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Transformaciones del intervalo                                                                                                                                                                                                                                                  | 2,5                           |
| Contenidos                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Resultados de Aprendizajes de la Unidad                                                                                                                                                                                                                                         | Referencias a la Bibliografía |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Estructura periódica</li> <li>- Teorema de Sharkovsky</li> <li>- Derivada de Schwartz</li> <li>- Mapeos turbulentos</li> <li>- La familia cuadrática</li> <li>- Bifurcaciones de órbitas periódicos (period-doubling)</li> <li>- Intercambio de intervalos</li> </ul> | El estudiante aprenderá las técnicas combinatoriales para estudiar la dinámica del intervalo junto con el teorema clásico de Sharkovski. Además conocerá la importante familia cuadrática con sus transiciones de comportamiento desde un mapeo contractivo a un mapeo caótico. | 2,4,5,6,7,8                   |

| Número                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Nombre de la Unidad                                                                                                                                                                                                                 | Duración en Semanas           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Sistemas dinámicos hiperbólicos                                                                                                                                                                                                     | 2,5                           |
| Contenidos                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Resultados de Aprendizajes de la Unidad                                                                                                                                                                                             | Referencias a la Bibliografía |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Variedad estable/inestable</li> <li>- Estructura local de producto</li> <li>- Conjuntos hiperbólicos</li> <li>- Puntos homoclínicos</li> <li>- Particiones de Markov y su codificación simbólica</li> <li>- Herradura de Smale</li> <li>- Automorfismos del toro</li> <li>- Estabilidad estructural</li> <li>- Mapeos Axioma A</li> <li>- Mapeo del gato (CAT-map)</li> <li>- Atractores y repulsores</li> <li>- Solenoid</li> </ul> | El estudiante conocerá los sistemas hiperbólicos mas simples con su estructura producto y los elementos de estudio, como variedades in-/estables , las particiones de Markov asociadas y las técnicas de codificaciones simbólicas. | 2,3,5,8,9,12                  |

| Número                                                                                                                                                                                                                                                                       | Nombre de la Unidad                                                                                                                           | Duración en Semanas           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| 6                                                                                                                                                                                                                                                                            | Topico especial                                                                                                                               | 2,5                           |
| Contenidos                                                                                                                                                                                                                                                                   | Resultados de Aprendizajes de la Unidad                                                                                                       | Referencias a la Bibliografía |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mapeos uní-modales y secuencias de Kneading</li> <li>- Exponentes de Lyapunov y dimensional fractal</li> <li>- Flujo geodésico y hiperbolico</li> <li>- Teoría de billards</li> <li>- Sistemas parcialmente hiperbolicos</li> </ul> | El alumno profundizará sus conocimientos en un tema más especializado y verá técnicas más sofisticadas para abortar preguntas de este tópico. | 1,2,4,8,9,12                  |

| Bibliografía                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Como material suplementario se sugieren los libros siguientes (los más recomendables están marcados con un (!)):</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. L. Barreira, Ergodic Theory, Hyperbolic Dynamics and Dimension Theory, Springer, 2012.</li> <li>2. L. Barreira, C. Valls, Dynamical Systems, Universitext Springer, 2012. (!)</li> <li>3. M. Brin, G. Stuck, Introduction to Dynamical Systems, Cambridge University Press, 2002. (!)</li> <li>4. C. Brucks, H. Bruin, Topics from One-Dimensional Dynamics, Cambridge University Press, 2004. (!)</li> <li>5. R. Devaney , An Introduction to Chaotic Dynamical Systems, Westview Press, 2003.</li> <li>6. R. Holmgren, A first course in Discrete Dynamical Systems, Springer, 2000.</li> <li>7. J. Jost, Dynamical Systems: Examples of Complex Behaviour, Springer, 2005.</li> <li>8. A. Katok, B. Hasselblatt, A First course in Dynamics, Cambridge University Press, 2003. (!)</li> <li>9. A. Katok, B. Hasselblatt, Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, Cambridge University Press, 1996.</li> <li>10. P. Kurka, Topological and Symbolic Dynamics, SMF, 2002. (!)</li> <li>11. M. Pollicott, M. Yuri, Dynamical Systems and Ergodic Theory, Cambridge University Press, 1998. (!)</li> <li>12. C. Robinson, Dynamical Systems, CRC Press, 1999.</li> <li>13. P. Walters, An Introduction to Ergodic Theory, Graduate Texts in Mathematics Springer, 2000.</li> </ol> |

|                 |                    |
|-----------------|--------------------|
| Vigencia desde: | PRIMAVERA 2017     |
| Elaborado por:  | Michael Schraudner |