

MA3402-1. Estadística 2017.

Profesor: Raul Gouet.

Auxiliares: Diego Marchant y Raimundo Saona.



## Auxiliar 9

Lunes 16 de Octubre

### E1. Nuevo juego en el casino

-----

El casino más grande de su país quiere abrir un nuevo juego, uno que se trate de adivinar un número en base a otros, y claro, necesitan la ayuda de un estadístico para asegurarse que seguirán ganando dinero con este nuevo juego. Su propuesta de juego consiste en:

- 1) Elegir un número al azar en  $\mathbb{R}$ ,  $\theta$ .
- 2) Generar  $n$  números que se centren en  $\theta$ , por ejemplo con distribución  $\mathcal{N}(\theta, \sigma^2)$ .
- 3) Pedirle la adivinanza de  $\theta$  al jugador, digamos  $\hat{\theta}(x_1, \dots, x_n)$ .
- 4) Pagar la suma de dinero dada por

$$\frac{1}{|\theta - \hat{\theta}(x)|}.$$

La pregunta que le hace el casino a usted es muy simple

¿Cuánto se debe cobrar por jugar este juego?

Como matemático se dará cuenta que hay un problema con el paso 1), pero asumamos que se resuelve de otra manera (aproximaciones a esta distribución impropia sí se pueden lograr). Para responder la pregunta siga los siguientes pasos

- (a) Formalice la propuesta en términos de teoría de decisiones, asumiendo que  $\sigma^2$  es conocido.
- (b) Calcule el riesgo bayesiano asociado a la decisión  $\delta(X)$  en  $x$ .
- (c) Considere  $\delta(X) = \bar{X}_n$ , el promedio, y muestre que es un punto crítico del riesgo bayesiano.
- (d) Encuentre la regla de decisión óptima.
- (e) Discuta si el casino puede controlar el precio del juego cambiando el valor de  $\delta$ , por ejemplo: si quiere hacer “ofertas”, ¿puede decidir cobrar menos por jugar pero colocar un  $\delta$  mayor y seguir ganando dinero?.

## E2. Conocimiento a priori

---

Asuma que usted fue contratado por una empresa que quiere averiguar dónde es que un proceso aleatorio se centra, es decir quieren estimar un parámetro. Dada la basta experiencia de la empresa, saben que el proceso, representado por la variable aleatoria  $X \sim Exp(\theta)$ , con  $\theta$  es desconocido.

¿Cuán importante es esta decisión? Bueno, hay un costo exponencial respecto del error que se comete, es decir, si la estimación es  $\hat{\theta}$  y el parámetro es  $\theta$ , el costo es

$$L(\delta = \hat{\theta}, \theta) = (\hat{\theta} - \theta)^2.$$

Para tan importante decisión usted le pregunta a su jefe si hay alguna idea apriori sobre este parámetro. Su jefe le dice que sí la hay, que están seguro que está entre 0 y 1, sin preferencia dentro de ese intervalo. Conversando más con los operarios del proceso se da cuenta que ellos están seguros que el parámetro es  $1/2$ , exactamente. La empresa le permite hacer exactamente  $n$  intentos antes de tomar la decisión.

- (a) Formalice la situación en términos de teoría de decisiones, en un contexto bayesiano.
- (b) Describa una apriori que permita tomar en cuenta ambas informaciones.
- (c) Encuentre la regla de decisión óptima para la ley apriori anteriormente descrita.