

MA3402-1 Estadística

Profesor: Raúl Gouet B.

Auxiliar: Diego Marchant D.

Auxiliar: Raimundo Saona U.



## Auxiliar 1

7 de Agosto de 2017

**Definición 1.** (*Insesgado*) Un estimador  $\tilde{g}$  se dice que es insesgado para  $g(\theta)$  si

$$\mathbb{E}_\theta(\tilde{g}) = g(\theta), \quad \forall \theta \in \Theta$$

**Definición 2.** (*Error cuadrático medio*) Sea  $\hat{g}$  un estimador de  $g(\theta)$ . Se define el  $\text{ECM}_\theta$  como

$$\text{ECM}_\theta(\hat{g}) = \mathbb{E}_{\theta}[(\hat{g}(X) - g(\theta))^2]$$

Decimos que  $\hat{g}$  es mejor estimador que  $\tilde{g}$  en el sentido del  $\text{ECM}_\theta$  si  $\text{ECM}_\theta(\hat{g}) \leq \text{ECM}_\theta(\tilde{g})$ , para todo  $\theta \in \Theta$ .

**P1** Suponga que queremos estimar la probabilidad de que salga cara en una moneda cargada. Plantee un modelo para esta situación y de un ejemplo de un estimador para esta probabilidad.

**P2** Sea  $X = (X_1, \dots, X_n)$  una MAS (muestra aleatoria simple) de una ley uniforme  $(0, \alpha)$  donde  $\alpha > 0$ .

- Considere el estimador  $\hat{\alpha} = 2\bar{X}$  para  $\alpha$ . Demuestre que es insesgado y calcule su error cuadrático medio.
- Considere el estimador  $\tilde{\alpha} = \max\{X_1, \dots, X_n\}$ . Demuestre que es sesgado y modifíquelo para hacerlo insesgado.
- ¿Cuál estimador es mejor en el sentido del  $\text{ECM}_\alpha$ ?

**P3** Sea una MAS  $X = (X_1, \dots, X_n)$  de un modelo poisson de parámetro  $\lambda > 0$ . Nos interesa estimar la probabilidad del valor 0, es decir  $g(\lambda) = \mathbb{P}_\lambda(X_1 = 0) = e^{-\lambda}$ . Para ello consideremos tres estimadores

$$\hat{g}_1(X) = e^{-\bar{X}_n} \quad \hat{g}_2(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{\{X_i=0\}} \quad \hat{g}_3(X) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n\bar{X}_n}$$

Determine cuáles de estos son insesgados.