

P3) a) $x'' + 9x = -3\delta(t - \frac{\pi}{2})$ $x(0) = 1, x'(0) = 0$

$s^2 X(s) - s x(0) - x'(0) + 9X(s) = -3e^{-\frac{s\pi}{2}}$ Transformando

$s^2 X(s) - s + 9X(s) = -3e^{-\frac{s\pi}{2}}$

$X(s) = \frac{-3e^{-\frac{s\pi}{2}}}{s^2 + 9} = \frac{-3e^{-\frac{s\pi}{2}}}{s^2 + 9} + \frac{s}{s^2 + 9}$

$\Rightarrow X(t) = -\sin(3(t - \frac{\pi}{2})) U(t - \frac{\pi}{2}) + \cos(3t)$
desarrollando esto = $-\cos(3t)$

$x(t) = -\cos(3t) U(t - \frac{\pi}{2}) + \cos(3t)$

$x(t) = \begin{cases} \cos(3t) & \text{si } 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{si } t \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Con esto se concluye que la masa se queda detenida en $x=0$
 $\forall t \geq \frac{\pi}{2}$.

b) i) $A \in \mathbb{R}^{N \times N}$ α no es valor prop de A

$x'(t) = \alpha e^{\alpha t} u + e^{\alpha t} u' = A e^{\alpha t} u + e^{\alpha t} b = \alpha e^{\alpha t} u$
 $x(t) = e^{\alpha t} u$

$u = \frac{-b}{(A - \alpha I)}$

No se indetermine

$1,5$ dispuesto del desarrollo hecho

Muy importante

Aplicando TEU, QED.

ii) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}}_A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + e^{2t} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}}_b$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = e^{2t} \vec{u} = \frac{-e^{2t} b}{(A - 2I)}$

$\vec{u} = (2I - A)^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

1,5. Hay distintas formas de hacerlo, el pte es asignado de acuerdo al desarrollo y rpta final